

311 – Rutherford-Streuung

Versuchsprotokoll zum F-Praktikum an der Ruhr-Universität Bochum

Paul Katolla <p_katolla@yahoo.de>

24.01.2010

Tobias Krähling <Tobias.Kraehling@SemiByte.de>

Version 1.0

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	
2 Grundlagen	
2.1 Energieverlust von geladenen Teilchen beim Durchgang durch Materie	
2.2 Rutherford'sche Streuformel	
2.2.1 Annahmen und Abweichungen in der Rutherford'schen Streuformel	
2.2.2 Stoßparameter in Abhängigkeit vom Streuwinkel	
2.2.3 Anzahl der gestreuten Teilchen . .	
2.2.4 Differentieller Wirkungsquerschnitt	
3 Versuchsaufbau	
4 Kalibrierung des Vielkanalanalysators	
5 Aktivität der α-Quelle	
6 Rutherford-Streumessung	
6.1 Dicke der Streuungsfolie	
6.2 Vergleich experimenteller zu theoretischem Wirkungsquerschnitt	
6.3 Diskussion möglicher Fehlerquellen . . .	
7 Fazit	
A Anhang	
Tabelle der physikalische Größen	
Literatur	

1 Einführung

1	Streuversuche mittels Elektronen (LENNARD)
2	und α -Teilchen an dünnen Folien (RUTHERFORD, GEIGER und MARSDEN, 1906–1913) waren ein wichtiger Schritt zur Entwicklung der heutigen Atomvorstellung. Im Thomson'schen Atommodell wurde eine homogene Verteilung positiver und negativer Ladungen angenommen, die den Raum des Atoms ausfüllten (das sogenannte <i>Rosinenkuchen-Modell</i> , THOMSON 1903) – dieses Modell konnte jedoch nicht mit den Ergebnissen von Streuversuche in Einklang gebracht werden, wobei in diesen Versuchen die Streuung von α -Teilchen einer Radon-Quelle an einer dünnen Goldfolie untersucht wurde ¹ . Rutherford entwickelte, ausgehend von den Ergebnissen der Streuversuche, 1911 die Modellvorstellung ² , das sich die positive Ladung sowie fast die gesamte Masse auf ein kleines Volumen ($r_{Kern} \leq 10^{-14}$ m) – den Atomkern – konzentriert. Die negativ geladenen Elektronen (für die Ladungsneutralität des Atoms) umkreisen den Atomkern in verhältnismäßig großen Abständen, wobei die Masse der Elektronen im Vergleich zu dem Atomkern
14	

¹ Die Streuung von α -Teilchen an einer dünnen (Gold)Folie ist allgemein unter dem Begriff *Rutherford'scher Streuversuch* in die Literatur eingegangen.

² E. Rutherford: *The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom*. In: *Philosophical Magazine* **21** (1911), S. 669–688

sehr klein ist und sich die Bahnen der Elektronen aus dem Gleichgewicht von Coulomb- und Zentrifugalkraft ergeben. Zwar ist dieses *Rutherford'sche Atommodell* in sich nicht konsistent und wurde in den folgenden Jahren weiterentwickelt – das prinzipielle Modell eines schweren, positiven und kleinen Kerns, der von leichten, negativen Elektronen umgeben ist, hat jedoch bis heute Bestand.

Analog zu den Streuversuchen von Rutherford soll hier die Streuung von α -Teilchen an Goldatomkernen experimentell untersucht werden und die experimentellen Ergebnisse mit der theoretischen Rutherford'schen Streuformel verglichen werden. Hierbei werden in einer axialsymmetrischen Vakuum-Streukammer α -Teilchen an einer dünnen, ringförmige Goldfolie gestreut. Im Experiment wird dazu zunächst eine Kalibrierung des Vielkanalanalysators durchgeführt und über Energieverlustmessung die Dicke der Goldfolie bestimmt. Anschließend kann die Zählrate sowie das Energiespektrum der gestreuten α -Teilchen in Abhängigkeit des Streuwinkels bestimmt und der daraus bestimmte Wirkungsquerschnitt mit demjenigen aus der Streuformel verglichen werden.

2 Grundlagen

2.1 Energieverlust von geladenen Teilchen beim Durchgang durch Materie

Durchqueren geladene Teilchen Materie, so treten neben elastischen Stößen der Projektile an den Hüllenelektronen der Materieatome auch inelastische Stöße auf, die zu Ionisation, Anregung und ggf. Dissoziation der Materie führen. Bei einem großen Massenverhältnis zwischen Projektil und Target (Elektron) ist der Impulsübertrag vernachlässigbar gering, d. h. das Projektil ändert seine Richtung beim

Stoßvorgang nicht, wohingegen der Energieübertrag vom Projektil auf das Target nicht zu vernachlässigen ist. Zu beobachten ist also ein Energieverlust der Projektile beim Durchgang durch Materie, wenn als Projektile Protonen, α -Teilchen oder Atomionen verwendet werden. Eine Beziehung für den mittleren Energieverlust dE pro Massenbelegung $d(\rho x)$ beim Durchgang von geladenen Teilchen durch Materie wurde von BETHE 1930 aufgestellt³ und nachträglich von BETHE (1932) und BLOCH (1933) erweitert. Die relativistische sog. Bethe-Bloch-Gleichung mit zusätzlichem K-Schalen-Korrekturterm lautet

$$-\frac{dE}{d(\rho x)} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{4\pi e^4 z^2}{m_e v^2} NZ \cdot \left[\ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \frac{c_k}{Z} \right] \quad (2.1)$$

mit der Kernladungszahl des Projektils z , der Kernladungszahl des Bremsmediums Z , der mittleren Ionisations- und Anregungsenergie des Bremsmediums I , der Geschwindigkeit des Projektils v , dem Verhältnis von Projektil zur Lichtgeschwindigkeit $\beta = v/c$ und der Anzahl der Kerne pro Gramm des Streumaterials⁴ N . Alle anderen Bezeichnungen entsprechen den üblichen physikalischen Bedeutungen. Für K-Schalen-Elektronen und langsame Projektile ist die Bedingung, unter der die Bethe-Bloch-Gleichung aufgestellt wurde, dass die Energie der Projektile groß ist gegenüber den Bindungsenergie der Elektronen, nicht mehr gegeben, so dass in Gleichung (2.1) ein K-Schalen-Korrekturterm c_k/Z eingeführt wurde. Weiterhin können bei langsamen Projektile Umladungseffekte auftreten, wobei

³ H. Bethe: *Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Materie*. In: *Annalen der Physik* **397** (1930), S. 325–400

⁴ Für die Anzahl der Kerne pro Gramm des Streumaterials gilt $N = N_A/M$ mit der Avogadrozahl N_A und der Molmasse M des Streumaterials.

sich die Ladung des Projektils durch Elektreneinfang verändert und nicht mehr zeitlich stabil bleibt. Unter Vernachlässigung der Effekte durch langsame Projektile und der relativistischen Korrektur $\ln(1 - \beta^2)$ sowie der Annahme einer homogenen Dichteverteilung des Bremsmediums – bei vorliegenden Versuchsaufbau können diese Vereinfachungen vorgenommen werden – erhält man

$$-\frac{1}{\varrho} \frac{dE}{dx} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{4\pi e^4 z^2}{m_e v^2} NZ \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right) \quad (2.2)$$

und für α -Teilchen die zugeschnittene Beziehung

$$-\frac{1}{\varrho} \frac{dE}{dx} = -0,307 \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2} \frac{z^2 Z}{A} \cdot \frac{c^2}{v^2} \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right). \quad (2.3)$$

Beispiel 2.1 [Energieverlust in Luft]:

Für Luft und α -Teilchen mit einer Energie von $E_\alpha = 3,65 \text{ MeV}$ erhält man aus Gleichung (2.3)

$$-\left(\frac{1}{\varrho} \frac{dE}{dx}\right)_{\text{Luft}} \approx 1000 \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2}, \quad (2.4)$$

wobei die physikalischen Größen aus Tabelle 5 im Anhang verwendet wurden. Bekannt ist die Dichte (bei $\vartheta = 20^\circ\text{C}$) von Luft bei Atmosphärendruck $\varrho(p = 760 \text{ Torr}) = 1,293 \text{ g/dm}^3$ und sei der längste Weg der α -Teilchen durch das Bremsmedium mit $dx = 15 \text{ cm}$ gegeben. Um den Energieverlust der α -Teilchen bei Durchgang durch Luft mit einem Druck von 1 Torr zu bestimmen – unter der Annahme einer konstanten Temperatur – kann das ideale Gasgesetz

$$pV = mRT \quad \Rightarrow \quad p \frac{V}{m} = \frac{p}{\varrho} = RT \quad (2.5)$$

mit der (stoffspezifischen) Gaskonstante R verwendet werden, da Luft bei nicht zu hohen Drücken oder zu tiefen Temperaturen als ideales Gas angesehen werden kann. Bei konstanter Temperatur gilt somit

$$\frac{p_1}{\varrho_1} = \frac{p_2}{\varrho_2} \quad \Rightarrow \quad \varrho_2 = \varrho_1 \frac{p_2}{p_1} \quad (2.6)$$

und zusammen mit Gleichung (2.4) erhält man:

$$\begin{aligned} dE &\approx -\varrho(p = 1 \text{ Torr}) dx \cdot 1000 \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2} \\ &= -\varrho(p = 760 \text{ Torr}) \frac{p(1 \text{ Torr})}{p(760 \text{ Torr})} dx \cdot 1000 \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2} \\ &\approx -0,0255 \text{ MeV} \end{aligned}$$

2.2 Rutherford'sche Streuformel

Wie bereits in der Einleitung aufgeführt, hat RUTHERFORD aus den durchgeführten Streuexperimenten seine Vorstellung für ein Atommodell entwickelt. Aus dieser Modellvorstellung leitete er theoretisch eine *Streuformel* ab, die die Zahl der Projektile, die in ein Flächenelement gestreut werden, mit dem Streuwinkel (Ablenkwinkel) in Beziehung setzt. Diese als *Rutherford'sche Streuformel* bekannte Beziehung lautet

$$\frac{d\dot{N}}{\dot{N}} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{z^2 Z^2 e^4 n \Delta x}{16E^2} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} d\Omega \quad (2.7)$$

mit der Zählrate $d\dot{N}$ der in das Raumwinkel-element $d\Omega$ gestreuten Projektile, der Zählrate alle Projektile \dot{N} , der Anzahl n der Targetkerne, der Targetdicke Δx , der kinetischen Energie der Projektile E und dem Streuwinkel $\vartheta - z$ und Z geben wieder die Ladungszahl von Projektil und Target (Kernladung) an. Unter Verwendung des differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma$, der über $d\dot{N}/\dot{N} = \Delta x \cdot n \cdot d\sigma$ definiert ist, erhält man aus Gleichung (2.7)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\vartheta = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{z^2 Z^2 e^4}{16E^2} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}. \quad (2.8)$$

Es zeigte sich, dass die von Rutherford theoretisch hergeleitete Streuformel die Ergebnisse

aus den experimentellen Beobachtungen korrekt beschreibt – dies bestätigt ebenfalls das Rutherford'sche Atommodell, in dem positiv geladene (kleine) Kerne durch eine (große) Elektronenhülle umgeben werden. Abweichungen zwischen experimentellen Beobachtungen und der Streuformel sind in den Grenzbereichen zu beobachten, wo die Annahmen, die zum Aufstellen der Streuformel verwendet wurden, nicht mehr zutreffen.

2.2.1 Annahmen und Abweichungen in der Rutherford'schen Streuformel

Die Streuformel (Gleichung (2.7) bzw. (2.8)) sind unter der Annahme aufgestellt worden, dass die Streuung des Projektils an *einem* Target erfolgt – d. h. Mehrfachstreuung wurde nicht berücksichtigt. Daraus folgt, dass die Folie dünn sein muss, um Mehrfachstreuung zu verhindern. Aus Gleichung (2.7) erkennt man, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Streuung – und somit auch für Mehrfachstreuung – umgekehrt proportional zum Streuwinkel ist; daraus folgt, dass für die Messungen bei kleinen Streuwinkeln die Folie dünner als bei größeren Streuwinkeln sein sollte, um Mehrfachstreuung zu verhindern. Weiterhin geht in die Streuformel nur das Coulomb-Gesetz

$$|F| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{r^2} \quad (2.9)$$

als Wechselwirkungskraft ein und gilt für die gesamte Trajektorie des Projektils. Abweichungen von der Streuformel sind dann zu beobachten, wenn weitere Wechselwirkungen zwischen Projektil und Target die Trajektorie des Projektils beeinflussen – z. B. können Projektil mit hohen Energien sich dem Target soweit nähern, dass neben der Coulomb-Wechselwirkung auch Kernkräfte relevant werden. Andererseits treten auch bei niedrigen Projektilenergien Abweichungen auf, wenn der Stoßparameter b – dies ist der Abstand,

bei dem das Projektil *ohne* Wechselwirkung am Target vorbeifliegt würde – größer ist als der Atomradius. Hierbei würde die Elektronenhülle des Targetatoms die Kernladung abschirmen. Weiterhin wurde in Gleichung (2.7) angenommen, dass die Masse des Targets wesentlich größer ist als die Masse des Projektils (andernfalls müsste statt der kinetischen Energie E des Projektils die Geschwindigkeit des Projektils und die reduzierte Masse des Systems Projektil-Target verwendet werden) – diese Bedingung ist bei Verwendung von α -Teilchen, die an schweren Kernen wie Goldkernen gestreut werden, erfüllt.

2.2.2 Stoßparameter in Abhängigkeit vom Streuwinkel

Um den Stoßparameter in Abhängigkeit vom Streuwinkel bei der Streuung eines positiv geladenen Projektils (Masse m_p) an einem positiv geladenen Target zu bestimmen wird ein Koordinatensystem wie in Abbildung 1 verwendet. Für das Projektil gelten dann lange vor bzw. nach dem Stoß (Zeit $t \rightarrow \mp\infty$) für den Orts- und Geschwindigkeitsvektor:

$$\mathbf{r}(-\infty) := (-x_0, b, 0) \quad (2.10a)$$

$$\dot{\mathbf{r}}(-\infty) := (v_0, 0, 0) \quad (2.10b)$$

$$\mathbf{r}(\infty) = \begin{pmatrix} x_0 \cos \vartheta - b \sin \vartheta \\ x_0 \sin \vartheta + b \cos \vartheta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.10c)$$

$$\dot{\mathbf{r}}(\infty) = (v_0 \cos \vartheta, v_0 \sin \vartheta, 0) \quad (2.10d)$$

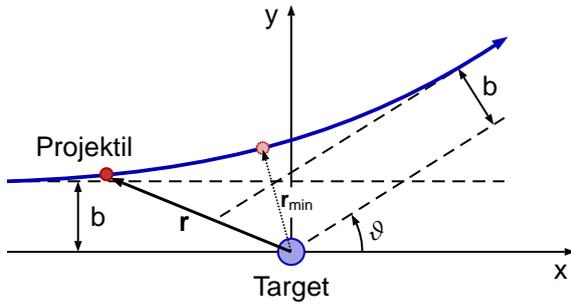
mit $x_0 \rightarrow \infty$; die Vektoren nach dem Stoß lassen sich aus der Geometrie ableiten. Für den Drehimpuls des Projektils gilt

$$\mathbf{p} = m_p \mathbf{v} = m_p \dot{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m_p \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} \quad (2.11a)$$

(2.10a), (2.10b)

$$\Rightarrow \mathbf{L}(-\infty) = -m_p b v_0 \mathbf{e}_z. \quad (2.11b)$$

**Abbildung 1:** Rutherford-Streuung

Da das Coulomb-Potenzial des Targets ein Zentralpotential

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (2.12)$$

ist, ist der Drehimpuls L als auch der Lenz-Vektor

$$\Lambda = \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{L}}{\alpha m_p} - \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{m_p}{\alpha} \dot{\mathbf{r}} \times (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) - \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (2.13)$$

eine Erhaltungsgröße (Schlickeiser, 2007, S. 53 u. 257ff), d. h. $L(-\infty) = L(\infty) = -m_p b v_0 \mathbf{e}_z$. Aus den Gleichungen (2.10), (2.11) und (2.13) folgt dann

$$\Lambda(-\infty) = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{m_p v_0^2 b}{\alpha} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda(\infty) = \begin{pmatrix} -\left(\frac{m_p v_0^2 b}{\alpha}\right) \sin \vartheta - \cos \vartheta \\ \left(\frac{m_p v_0^2 b}{\alpha}\right) \cos \vartheta - \sin \vartheta \\ 0 \end{pmatrix},$$

wobei der Limes $x_0 \rightarrow \infty$ bereits ausgeführt wurde. Da der Lenz'sche Vektor eine Erhaltungsgröße ist, muss $\Lambda(-\infty) = \Lambda(\infty)$ gelten, was dazu führt, dass die beiden Beziehungen

$$-\left(\frac{m_p v_0^2 b}{\alpha}\right) \sin \vartheta - \cos \vartheta = 1 \quad (2.14a)$$

$$\left(\frac{m_p v_0^2 b}{\alpha}\right) \cos \vartheta - \sin \vartheta = \frac{m_p v_0^2 b}{\alpha} \quad (2.14b)$$

erfüllt sein müssen. Beide Beziehungen führen auf

$$\cot\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{m_p v_0^2 b}{\alpha} = \frac{2Eb}{\alpha} \quad (2.15)$$

und somit auf die Abhängigkeit des Stoßparameters vom (positiv gewählten) Streuwinkel:

$$b(\vartheta) = \frac{\alpha}{2E} \cot\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{zZe^2}{8\pi\epsilon_0 E} \cot\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \quad (2.16)$$

Beispiel 2.2:

Für ein α -Teilchen mit einer typischen Energie von 5,4 MeV, welches an einer dünnen Goldfolie unter einem Winkel $\vartheta = 60^\circ$ gestreut wird, erhält man für den Stoßparameter

$$b(60^\circ) = 3,649 \cdot 10^{-14} \text{ m} = 36,49 \text{ fm.}$$

Um den minimalen Abstand zwischen Projektil und Target zu bestimmen wird der Energiesatz

$$\frac{m_p v^2}{2} = \frac{m_p v_0^2}{2} - \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}} = \frac{m_p v_0^2}{2} - \frac{\alpha}{r_{\min}} \quad (2.17)$$

sowie die Drehimpulserhaltung

$$|L| = \text{const.} \Rightarrow mvr = mv_0 b \quad (2.18)$$

benötigt (vgl. Gleichung (2.11b)). Für zentrale Stöße, d. h. $b = 0$, lässt sich der minimale Abstand $r_{\min}^{(0)}$, an dem $v = 0$ wird, aus Gleichung (2.17) direkt ableiten zu

$$E = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{\alpha}{r_{\min}^{(0)}} \quad (2.19)$$

Einsetzen von Gleichung (2.19) in (2.17) liefert für nichtzentrale Stöße die Beziehung

$$\frac{m_p v^2}{2} = \frac{m_p v_0^2}{2} - \frac{m_p v_0^2 r_{\min}^{(0)}}{2 r_{\min}}$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 \left(1 - r_{\min}^{(0)} / r_{\min}\right) \quad (2.20)$$

und Einsetzen in die quadrierte Gleichung (2.18) führt auf

$$\begin{aligned} m_p^2 v_0^2 b^2 &= m^2 v^2 r_{min}^2 \\ &= m^2 v_0^2 r_{min}^2 \left(1 - r_{min}^{(0)} / r_{min}\right) \\ \Rightarrow b^2 &= r_{min}^2 - r_{min} r_{min}^{(0)}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Zusammenführen der Gleichungen (2.16), (2.19) und (2.21) liefert für den kleinsten Abstand r_{min} in Abhängigkeit vom Streuwinkel ϑ die Beziehung

$$\begin{aligned} r_{min}(\vartheta) &= \frac{b}{\cot\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} \left[1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}\right] \\ &= b \frac{1 + \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Beispiel 2.3:

Für das α -Teilchen aus Beispiel 2.2 erhält man somit einen minimalen Abstand von

$$r_{min}(60^\circ) = 63,20 \text{ fm.}$$

2.2.3 Anzahl der gestreuten Teilchen

Aus der Rutherford'schen Streuformel (Gleichung (2.7)) lässt sich die Anzahl der Projektile bestimmen, die innerhalb eines Zeitintervall $t_1 - t_0$ in ein Winkelbereich $\vartheta_1 \dots \vartheta_2$ gestreut werden. Die Anzahl der Targetkerne n lässt sich bei einer homogenen Dichteverteilung bestimmen über

$$n = \rho \frac{N_A}{M_m} \quad (2.23)$$

mit der Avogadrozahl N_A und der molaren Masse M_m des Targetmaterials. Mit dem Raumwinkel $d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$ liefert die Integration von Gleichung (2.7) für die Streurrate $\dot{N}_S(\vartheta_1, \vartheta_2)$

$$\dot{N}_S(\vartheta_1, \vartheta_2) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{2\pi z^2 Z^2 e^4 n \Delta x \dot{N}}{16E^2} \cdot \left[\frac{2}{\cos^2(\vartheta/2) - 1}\right]_{\vartheta_2}^{\vartheta_1}. \quad (2.24)$$

Zeitliche Integration über das Zeitintervall von Gleichung (2.24) liefert die Anzahl der gestreuten Teilchen:

$$\begin{aligned} N_S(\vartheta_1, \vartheta_2, \Delta t) &= \int_{t_1}^{t_2} \dot{N}_S(\vartheta_1, \vartheta_2) dt' \\ &= \Delta t \cdot \dot{N}_S \end{aligned} \quad (2.25)$$

Beispiel 2.4:

Ein schmales Bündel α -Teilchen der Energie 3 MeV falle mit einer Intensität von $5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ senkrecht auf eine Goldfolie der Dicke $1 \mu\text{m}$. Für ein Zeitintervall von $\Delta t = 10 \text{ min}$ und ein Winkelintervall $59^\circ < \vartheta < 61^\circ$ erhält man mit Gleichung (2.24) und (2.25) für die Streurrate

$$\dot{N}_S(59^\circ, 61^\circ) \approx 0,323 \text{ s}^{-1}$$

und für die Anzahl der gestreuten Teilchen

$$N_S(59^\circ, 61^\circ, 10 \text{ min}) \approx 194 \text{ Teilchen.}$$

2.2.4 Differentieller Wirkungsquerschnitt

Der Wirkungsquerschnitt $d\sigma$ für die Streuung um einen Winkel zwischen ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ ist definiert durch

$$\frac{d\dot{N}_S}{\dot{N}} = d\sigma \Delta x n \quad (2.26)$$

mit der Zählrate $d\dot{N}_S$ der gestreuten Projektile, der Zählrate \dot{N} der auf das Target treffenden Teilchen, der Anzahl n der Targetkerne pro Volumenelement und der Dicke Δx des Targets. $d\sigma$ ist der Wirkungsquerschnitt für die Streuung in das Raumwinkelintervall

$$\begin{aligned}\Delta\Omega &= 2\pi \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sin\vartheta \, d\vartheta \\ &= -2\pi [\cos(\vartheta_2) - \cos(\vartheta_1)],\end{aligned}\quad (2.27)$$

somit ist der differentielle Wirkungsquerschnitt (Wirkungsquerschnitt pro Raumwinkelelement)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\dot{N}_s}{\dot{N}n\Delta x\Delta\Omega}.\quad (2.28)$$

Experimentell lässt sich aus der Messung von $d\dot{N}_s$ in Abhängigkeit vom Raumwinkelintervall, der durch die Geometrie der Streukammer gegeben ist, der differentielle Wirkungsquerschnitt ermitteln (bei bekannter oder ermittelter Aktivität der Projektilquelle).

Beispiel 2.5:

Ein Bündel α -Teilchen wird beim Durchgang durch eine $2\,\mu\text{m}$ dicke Goldfolie gestreut. Im Winkelintervall $59^\circ < \vartheta < 61^\circ$ wird das Verhältnis von gestreuten zu einfallenden Teilchen mit 10^{-4} bestimmt, d. h. $d\dot{N}_s/\dot{N} = 10^{-4}$. Der differentielle Wirkungsquerschnitt nach Gleichung (2.28) unter Verwendung von Gleichung (2.23) und (2.27) beträgt somit

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq 44,6 \frac{\text{b}}{\text{sr}}.$$

3 Versuchsaufbau

Die Vakuum-Streukammer (siehe Abbildung 2) besteht aus einem Plexiglasrohr, in dem ein mit Hilfe einer Gewindespindel verschiebbarer zylindrischer Streukäfig montiert ist. Die α -Quelle, ein Americiumpräparat, und die Streuringfolie sind an gegenüberliegenden Stirnflächen des Streukäfigs angebracht, so dass der Abstand Teilchenquelle-Streufolie nicht verändert werden kann. Bei dem Detektor handelt es sich um einen Oberflächen-sperrschichtzähler, welcher mittig an einer

der Stirnflächen der Streukammer montiert ist. Die axialsymmetrische Anordnung der α -Quelle, der Streuringfolie und des Detektors erhöht hierbei die Zählrate der gestreuten α -Teilchen. Durch Änderung des Abstandes zwischen Streukäfig und dem Detektor kann der Streuwinkel ϑ variiert werden. Mit Hilfe einer Schwenkblende an der Innenseite des Streukäfigs ist es möglich – durch Drehen des Plexiglasrohres um seine Längsachse, die Zentralbohrung im Streukäfig freizugeben bzw. zu versperren. Bei geöffneter Zentralbohrung und minimalen Abstand Quelle-Detektor ist es somit möglich, die Kalibrierung des Vielkanalanalysators vorzunehmen, da in diesem Fall die zentrale, ungestreute Strahlung detektiert wird und der Anteil der Streustrahlung vernachlässigt werden kann (der Anteil der Streustrahlung beträgt in dieser Situation nur 0,1 %).

Bedingt durch die Wechselwirkung der α -Teilchen mit den Molekülen der Luft beträgt deren Reichweite in Luft und Normaldruck nur einige wenige cm, so dass zur Durchführung der Messungen einer Vakuumpumpe eingesetzt wird. Bei dem verwendeten Messaufbau kommt eine Adsorptionspumpe mit Vacusorp als hochporöses Adsorptionsmedium zum Einsatz, wobei dieses beim Abkühlen mit flüssigem Stickstoff eine Saugleistung erzeugt, indem Luftmoleküle an der Oberfläche des Adsorptionsmediums gebunden werden. Der Luftdruck in der Streukammer wird an einem Manometer angezeigt und kann über ein Nadelventil reguliert werden. Pumpe und Streukammer bilden ein geschlossenes System, so dass stark wasserdampfhaltige Luft bzw. Öldämpfe, die den Sperrschichtzähler zerstören können, nicht eindringen können. Durch eine Leckage im Messaufbau erwies es sich jedoch als erforderlich, den Druck innerhalb des Vakuumsystems bei jeder Messung permanent über das Nadelventil nachzuregulieren und so möglichst konstant zu halten.

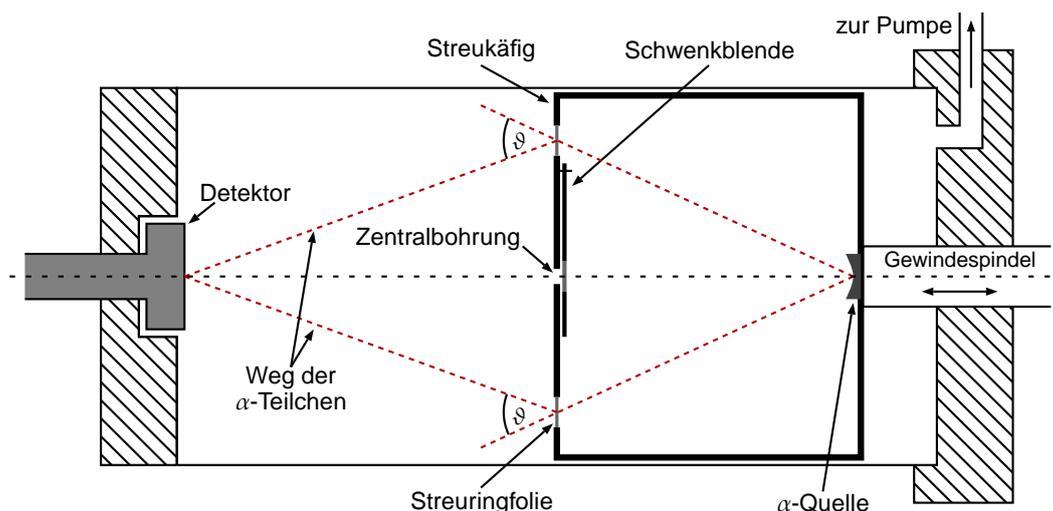


Abbildung 2: Aufbau der verwendeten Streukammer

Der verwendete Detektor, ein Oberflächensperrschichtzähler, ist über einen Verstärker sowie einen Analog-Digital-Wandler an einen PC angeschlossen. Jedem registrierten α -Teilchen wird eine bestimmte Energie bzw. eine Kanalnummer des Vielkanalanalysators zugeordnet, so dass ein Energiespektrum in Form eines Kanalspektrums aufgenommen wird. Durch die Anpassung einer Kurve mittels einer PC-Software lässt sich die Lage des Kanalmaximums und deren Fehler ermitteln.

4 Kalibrierung des Vielkanalanalysators

Um eine Beziehung zwischen der Energie der α -Teilchen und der Kanalnummer des Vielkanalanalysators herzustellen muss zunächst eine Kalibriermessung durchgeführt werden. Dazu wurde die Adsorptionspumpe mit flüchtigem Stickstoff aufgefüllt und der Druck über das Nadelventil auf zunächst 100 Torr eingestellt. Anschließend konnte die Versorgungsspannung des Detektors auf 50 V eingeregelt werden. Bei geringstem Abstand Quelle-Detektor (90 mm) und geöffneter Zentralbo-

hrung wird bei absteigenden Drücken von (100 ... 1) Torr jeweils für 300 s ein Impulsspektrum aufgenommen und die Kanallage des α -Peaks ermittelt. Entsprechend des am Messplatz ausgelegten Energie-Druck-Diagramms konnte den Kanalmaxima jeweils eine bestimmte Energie zugeordnet werden. Zusätzlich zu der Lage des Kanalmaximums wurde bei einem Druck von 1 Torr für die spätere Bestimmung der Aktivität der Americiumquelle die Anzahl der vom Detektor registrierten α -Teilchen bestimmt, um die Zählrate \dot{N} , für die

$$\dot{N} = N/t \quad \text{mit} \quad \Delta\dot{N} = \Delta N/t \quad (4.1)$$

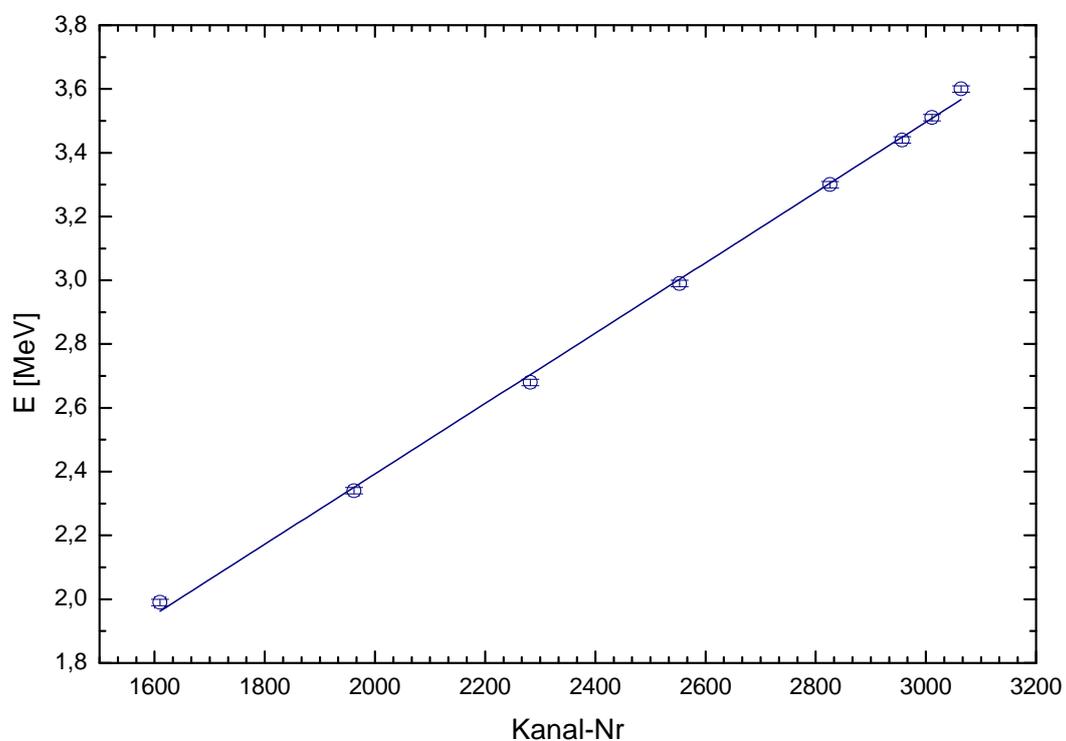
gilt, zu bestimmen (siehe Tabelle 1).

Für die Abschätzung des Fehlers wurde beim eingestellten Druck abgeschätzt, wie gut der Druck konstant gehalten werden konnte und bei berechneten Werten, wie auch im Folgenden, der Maximalfehler nach dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz verwendet.

Trägt man die Energie über der Kanalnummer auf, so erhält man eine Gerade (siehe Abbildung 3) und kann mittels eines linearen Modells der Form $y = a + bx$ eine Beziehung zwischen der Energie und Kanalnummer in der

Tabelle 1: Messwerte der Kalibrierungsmessung

i	p [Torr]	K	N	\dot{N} [s^{-1}]	E [MeV]
1	$100 \pm 0,25$	1610 ± 10	—	—	$1,99 \pm 0,01$
2	$80 \pm 0,25$	1962 ± 9	—	—	$2,34 \pm 0,01$
3	$60 \pm 0,25$	2282 ± 8	—	—	$2,68 \pm 0,01$
4	$40 \pm 0,25$	2553 ± 7	—	—	$2,99 \pm 0,01$
5	$20 \pm 0,25$	2826 ± 7	—	—	$3,30 \pm 0,01$
6	$10 \pm 0,25$	2957 ± 7	—	—	$3,44 \pm 0,01$
7	$5 \pm 0,25$	3011 ± 7	—	—	$3,51 \pm 0,01$
8	$1 \pm 0,10$	3064 ± 7	4217 ± 65	$14,06 \pm 0,22$	$3,60 \pm 0,01$

**Abbildung 3:** Kalibrierung**Tabelle 2:** Fitparameter

Fit-Modell: $y = a + mx$	
a	$(0,19 \pm 0,04)$ MeV
m	$0,00110 \pm 0,00002$) MeV
kor. R^2	99,87 %

Form

$$E = a + mK \quad (4.2a)$$

$$\Delta E = |\Delta a| + |K|\Delta m + |m|\Delta K \quad (4.2b)$$

erhalten. Die ermittelten Fitparameter des linearen Modells sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Eine Kontrolle der Kalibrierung mittels Energieverlustmessung von α -Teilchen, die durch eine vor die Zentralbohrung vorgeschwenkte Goldfolie bekannter Dicke abgebremst werden, konnte nicht durchgeführt werden, da im Versuchsaufbau die Goldfolie für die Zentralbohrung nicht mehr zur Verfügung stand.

5 Aktivität der α -Quelle

Die Aktivität A_Q der α -Quelle lässt sich gemäß den ermittelten Wert für \dot{N} aus Tabelle 1 und den geometrischen Daten der Streukammer (RUB, S. 27f) bestimmen. Für die Aktivität gilt die Beziehung

$$A_Q = \frac{16\dot{N}r_0^2}{f_b d^2} \quad (5.1)$$

mit dem Abstand Quellenblende-Fenster $r_0 = 76$ mm, dem Blendenfaktor $f_b = 0,16$ und dem Durchmesser der Zentralbohrung $d = 0,7$ mm. Damit erhält man für die Aktivität der α -Quelle

$$A_Q = (1,66 \pm 0,03) \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}.$$

6 Rutherford-Streumessung

Nach der durchgeführten Kalibrierung des Vielkanalanalysators wurde das Zentralfenster verschlossen, so dass nur diejenigen α -Teilchen detektiert werden, die an der ringförmigen Goldfolie gestreut werden. Der Druck in der Streukammer wurde bei den folgenden Messungen konstant bei 1 Torr gehalten

– dieser Druck kann als Vakuum angesehen werden, da, wie aus Beispiel 2.1 hervorgeht, der Energieverlust der α -Teilchen bei diesem Druck vernachlässigbar gering ist. Das Verschieben des Streukäfigs entlang der Längsachse in der Vakuum-Streukammer ermöglicht den Streuwinkel ϑ zu variieren, wobei in (RUB, S. 35) eine Aufstellung der Streuwinkeleinstellung im Bezug zur Anzahl n_u der Kurbelumdrehungen sowie der aus der Geometrie abgeleitete Raumwinkel $\Delta\Omega$ aufgeführt ist. In Tabelle 3 sind die Parameter für die Messungen sowie die bestimmte Kanalnummer des Maximums, Anzahl der registrierten Ereignisse und Zählrate (nach Gleichung (4.1)) zusammen aufgeführt.

6.1 Dicke der Streuringfolie

Um die Massenbelegung $\varrho dx(\alpha)$ sowie die Schichtdicke $dx(\alpha)$ zu bestimmen wird auf einen Teil der Messdaten aus Tabelle 3 zurückgegriffen. Dazu wurde zunächst für den Streuwinkel $\vartheta \approx 37^\circ$ (Messung $i = 3$) nach Gleichung (4.2) die dem Kanalmaximum entsprechende Energie E_{rest} – der Restenergie der α -Teilchen – bestimmt zu

$$E_{rest}(\vartheta = 36,97^\circ) = (1,95 \pm 0,11) \text{ MeV}.$$

Bei diesem Streuwinkel stimmen der Ein- und Ausfallwinkel nahezu überein, so dass die Weglänge aller gestreuten α -Teilchen in der Goldringfolie ungefähr gleich lang ist. Um die Genauigkeit dieser Messung zu erhöhen, wurde die Messzeit im Vergleich zu den anderen Messungen wesentlich erhöht und auf 4000 s gesetzt.

Bedingt durch den Umstand, dass bei einem Druck von 1 Torr die Energie der α -Teilchen in der Luft nahezu konstant bleibt (vgl. Beispiel 2.1), lässt sich deren Energieverlust rein auf die Abbremsung in der Goldfolie zurückführen. Da die Anfangsenergie der α -Teilchen

Tabelle 3: Messwerte der Rutherford-Streumessung

i	n_u	$\vartheta [^\circ]$	$\Delta\Omega [10^{-3}\text{sr}]$	$t [s]$	Kanal-Nr.	N	$\dot{N} [\text{s}^{-1}]$
1	7	60,49	12,8	1500	1526 ± 110	291 ± 17	0,19 ± 0,01
2	15	48,41	8,28	1000	1570 ± 80	392 ± 20	0,39 ± 0,02
3	31	36,97	3,66	4000	1599 ± 30	2025 ± 45	0,51 ± 0,01
4	50	31,07	1,78	700	1481 ± 80	352 ± 19	0,50 ± 0,03
5	80	26,82	0,796	700	1546 ± 150	277 ± 17	0,40 ± 0,02

bekannt und die Restenergie experimentell bestimmt wurde, kann der Energieverlust in der Streuringfolie bestimmt werden. Dabei muss zusätzlich noch der Energieverlust in der Goldabdeckung der Americiumquelle $\Delta E_{Abd.}$ berücksichtigt werden. Dieser Wert entspricht der Differenz aus der Anfangsenergie der α -Teilchen ($E_\alpha = 5,48 \text{ MeV}$) und dem entsprechend Gleichung (4.2) berechneten Energieverlust für $p = 1 \text{ Torr}$ in Tabelle 1 für Zentralstrahlung. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass $\Delta E_{Abd.}$ für Streustrahlung mit $[\cos(\vartheta/2)]^{-1}$ skaliert. Die Differenz zwischen der Anfangs- und der Restenergie ergibt sich damit über

$$\Delta E = 5,48 \text{ MeV} - \frac{\Delta E_{Abd.}}{\cos(\vartheta/2)} - E_{rest}$$

zu

$$\Delta E = (1,51 \pm 0,23) \text{ MeV.}$$

Entsprechend der für α -Teilchen zugeschnittenen Bethe-Bloch-Gleichung (Gleichung (2.3)) kann die Massenbelegung $\rho dx(\alpha)$ sowie die Schichtdicke $dx(\alpha)$ bestimmt werden zu

$$\begin{aligned} \rho dx(\alpha) &= (6 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2 \\ dx(\alpha) &= (3,1 \pm 0,6) \mu\text{m} , \end{aligned}$$

wobei für die Geschwindigkeit der α -Teilchen deren mittlere Energie

$$E_{mittel} = \frac{2E_{rest} + \Delta E}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{2E_{mittel}}{m_\alpha} \quad (6.1)$$

verwendet wurde.

6.2 Vergleich experimenteller zu theoretischem Wirkungsquerschnitt

Um den experimentellen Wirkungsquerschnitt nach Gleichung (2.28) bestimmen zu können, müssen zunächst die Zählrate der auf die Folie einfallenden Teilchen \dot{N}_0 und die Anzahl der Targetkerne pro Fläche $n_0(\alpha)$ ermittelt werden. Hierzu wird die in (RUB, S. 30) angegebene Beziehung

$$\dot{N}_0 = \frac{A_Q f_b F \cos \alpha}{4\pi r_{streu}^2} \quad (6.2)$$

mit dem Blendenfaktor $f_b = 0,16$, dem Streuradius $r_{streu} = 80,8 \text{ mm}$ und der projizierten Fläche des Streurings $F \cos \alpha = 570 \text{ mm}^2$ (für $\alpha = 36,97^\circ/2$) sowie der in Abschnitt 5 bestimmten Aktivität der Quelle verwendet. Die Anzahl der Targetkerne pro Fläche lässt sich mittels der Massenbelegung, die in Abschnitt 6.1 bestimmt wurde, ermitteln über

$$n_0(\alpha) = \frac{\rho dx(\alpha) N_A}{M_m} \quad (6.3)$$

mit der molaren Masse von Gold M_m und der Avogadrozahl N_A (siehe Tabelle 5). Damit erhält man

$$\begin{aligned} \dot{N}_0 &= (18400 \pm 300) \text{ s}^{-1} \quad \text{und} \\ n_0(\alpha) &= (1,9 \pm 0,3) \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-2}. \end{aligned}$$

In Tabelle 4 sind die nach Gleichung (2.28) in Verbindung mit den Messdaten (Tabelle 3)

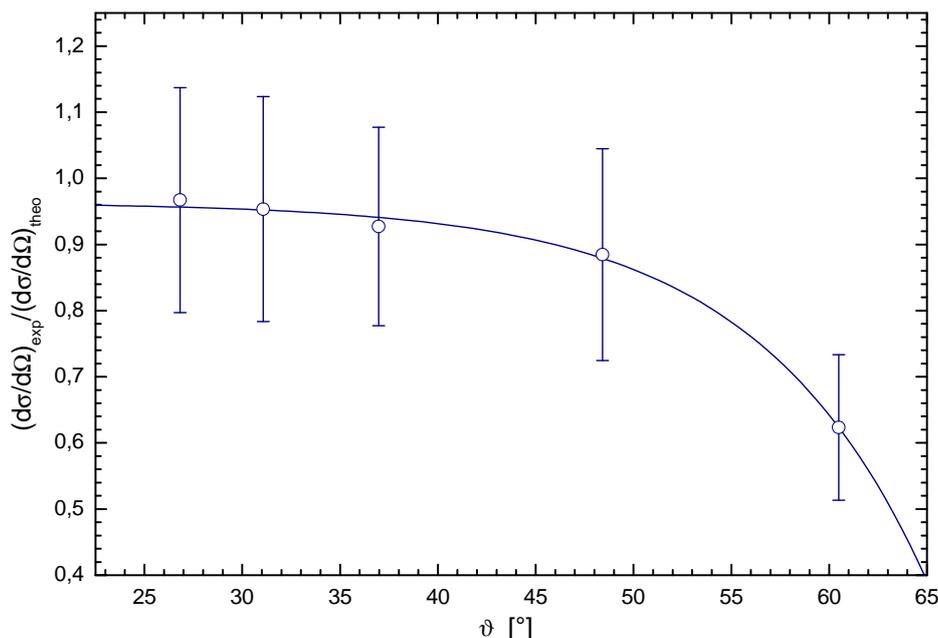


Abbildung 4: Verhältnis von experimentellem zu theoretischem Wirkungsquerschnitt

ermittelten experimentellen und die nach Gleichung (2.8) berechneten theoretischen Wirkungsquerschnitte zusammen aufgeführt.

Das Verhältnis von experimentellen zum theoretischen Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit vom Streuwinkel ist in Abbildung 4 dargestellt. Man erkennt deutlich, dass dieses mit steigendem Streuwinkel ϑ schlechter wird. Damit ein α -Teilchen um einen großen Winkel ϑ gestreut wird ist ein kleiner Stoßparameter notwendig. Bei größeren Streuwinkeln steigt

aber der Stoßparameter nach Gleichung (2.16). Ereignisse mit großem Streuwinkel sind außerdem schwerer zu messen, da die Zählrate sinkt, womit sich Fehler stärker auswirken.

Weiterhin kann die Abweichung auf die Annahme einer mittleren Energie für alle α -Teilchen zurückgeführt werden. Diese führt zu einer stärkeren Abweichung bei großen Streuwinkeln, da der theoretische Wirkungsquerschnitt umgekehrt proportional mit der zweiten Potenz der Projektilenergie skaliert (vgl. Gleichung (2.8)). Die Energie muss für große Streuwinkel ebenfalls größer sein, damit der Stoßparameter entsprechend kleiner wird.

Tabelle 4: Experimentelle und theoretische Wirkungsquerschnitte

i	ϑ [°]	$(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{exp}}$ [$\frac{\text{b}}{\text{sr}}$]	$(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{theo}}$ [$\frac{\text{b}}{\text{sr}}$]
1	60,49	43 ± 3	69 ± 11
2	48,41	138 ± 10	156 ± 26
3	36,97	408 ± 15	440 ± 70
4	31,07	820 ± 60	860 ± 140
5	26,82	1470 ± 100	1520 ± 250

6.3 Diskussion möglicher Fehlerquellen

Eine nicht zu vernachlässigende Fehlerquelle, die zu Abweichungen von experimentellem und theoretischem Wirkungsquerschnitts

führt, ist die Goldfolie. Diese war im vorliegenden Versuchsaufbau nicht mehr vollständig, sondern wies diverse Löcher auf, womit die verfügbare Streufläche verringert wurde und somit der experimentell bestimmte Wirkungsquerschnitt zu niedrig ausfällt. Ferner war die Folie an einigen Stellen deformiert, wodurch Abweichungen des Streuwinkels zu befürchten sind.

Der Messaufbau wies außerdem eine Leckage auf, wodurch etwaige Druckschwankungen die Messungen beeinflusst haben, wobei sich dies eher auf die Kalibrierungsmessung auswirkt, da hier die Messzeiten kürzer sind und Druckschwankungen hier einen größeren Einfluss haben – bei den Messungen mit konstantem Druck bei 1 Torr konnte aufgrund der langen Messzeit eine Einstellung des Nadelventils gefunden werden, wo die Saugleistung der Pumpe annähernd die Druckerhöhung durch die Leckage ausgleicht, so dass hier die Druckschwankungen wesentlich geringer ausfallen.

Auf eine Kontrolle der Kalibrierung über Energieverlustmessung musste verzichtet werden, da die hierfür benötigte Goldfolie für die Zentralbohrung nicht mehr vorhanden war – hierdurch fehlt die Möglichkeit, die Kalibrierung zu prüfen und stellt eine zusätzliche nicht-überprüfbare Fehlerquelle dar.

Weiterhin können externe Strahlungsquellen im Umfeld des Versuchsaufbaus zu einer veränderten Zählrate führen, wobei dieser Einfluss eher als gering angesehen wird, da natürliche Strahlungsquellen nur einen konstanten Offset bei allen Messungen geben würden. Einflüsse durch unterschiedliche Spannungen des Detektors sind auszuschließen, da, anders als in der Versuchsbeschreibung aufgeführt, die Spannung des Detektors bei Druckänderungen nicht mehr heruntergeregelt werden brauchte, so dass diese Einstellung für alle Messungen identisch war.

7 Fazit

Durch die Aufnahme der Zählrate sowie des Energiespektrums von α -Teilchen, die an einem Goldtarget unter verschiedenen Streuwinkeln gestreut wurden, konnte die *Rutherford'sche Streuformel* im Rahmen der Messgenauigkeit verifiziert werden. Die Abweichungen zwischen der Theorie und dem Experiment bei der Betrachtung des Wirkungsquerschnitts wurden dabei entsprechend interpretiert. Als einer der „Klassiker“ unter den physikalischen Experimenten zeigt der Versuch, wie sehr das experimentelle Beobachten und die theoretische Modellbildung ineinander greifen und zu neuen Einsichten führen kann, wobei makroskopische Beobachtungen bereits wichtige Informationen über die mikroskopische Struktur der Materie liefern kann.

A Anhang

Tabelle der physikalische Größen

Tabelle 5: Tabelle der physikalische Größen

$z = 2$	$v^2 = 1,76 \cdot 10^{14} \text{ m}^2/\text{s}^2$ bei $E = \frac{m_\alpha v^2}{2} = 3,65 \text{ MeV}$
$Z = 79$	$c = 2,99 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
$A = 197$	$I_{Luft} \approx 80 \text{ eV}$
$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$I_{Au} \approx 711 \text{ eV}$
$m_\alpha = 6,644 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$Z_{Luft} = 14,41$
$\rho_{Au} = 19,32 \text{ g/cm}^3$	$A_{Luft} = 28,96$
$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	$M_{Au} = 197 \text{ g/mol}$

Literatur

- 311 Rutherford-Streuexperiment. RUB. Versuchsanleitung zum Praktikum für Fortgeschrittene an der Ruhr-Universität Bochum.
- R. Schlickeiser. Theoretische Physik I: Mechanik. Vorlesungsmanuskript, Institut für Theoretische Physik, Weltraum- und Astrophysik, Ruhr-Universität Bochum, 2007. 2. korrigierte Auflage.

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9	08.01.2010	Kat/Krä	Versuchsdurchführung
1.0	24.01.2010	Kat/Krä	Versuchsauswertung