C14 – Beugung am Spalt, Doppelspalt und Gitter Physikpraktikum

Tobias Krähling 23.09.2007 eMail: <Tobias.Kraehling@SemiByte.de> Version: 1.1

Homepage: <www.SemiByte.de>

Stichworte: Beugung, Spalt, Doppelspalt, Gitter, Interferenz, Fraunhofersche Beobachtungsart,

Intensitätsverteilung

Literatur: [Dem06], [GKV86], [Kuc94], [Lin93], [Tip98], [Mey06], [Wal94]

1. Aufgabenstellung

- 1. Vervollständigung der Abbildung 1 in der Versuchsanleitung durch Einzeichnen des Strahlengangs.
- 2. Justierung des Versuchsaufbaus.
- 3. Ausmessung der Beugungsfigur eines Einzelspalts und Bestimmung der Spaltbreite *D*.
- 4. Herstellung einer Skizze der Beugungsfigur eines Doppelspalts und Bestimmung von b/D.
- 5. Ausmessung der Beugungsfigur eines Gitters und Bestimmung von λ .
- 6. Messung der Spaltbreite *D* des Einzelspalts und der Spaltbreite *D* und des Spaltabstands *b* des Doppelspalts mit Hilfe der Meßlupe.
- 7. Diskussion der Ergebnisse aus Aufgabe 3, 4, 5 und 6.

2. Grundlagen

Neben Interferenz- und Polarisationserscheinungen zeigt auch die Beugung die Wellennatur von Licht – diese Effekte lassen sich nicht mit der Teilchentheorie erklären. Gemäß Huygens breitet sich ein Wellenfeld aus, indem jeder Punkt des Raums wieder Erregungszentrum einer Kugelwelle wird und die gemeinsame tangentiale Linie gleichen Zustands die neue Front ergibt. Von den Erregungszentren P_i der Front F_j gelangt die Wellenschar nach der Zeit Δt zur neuen Front F_{j+1}

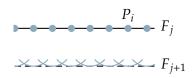


Abbildung 1: Wellenfront

(Abb. 1). Daher muß bei gestörter Ausbreitung etwa durch einen Spalt ein Verhalten resultieren, das mit der rein geometrischen Ausbreitung des Strahls nicht erklärbar ist; denn nunmehr muß hinter dem Spalt noch in allen Richtungen Intensität wahrnehmbar sein (Beugung). Andererseits müßten Wellen einander überlagern und daher verstärken oder auslöschen (Interferenz).

2.1 Beantwortung der Fragen

- 1. Versuchsaufbau
 - a) Welche Aufgabe hat der Kondensator? Wie muß der Kondensator relativ zur Na-Lampe und zum Beleuchtungsspalt aufgestellt werden?
 - Die Natrium-Dampflampe kann aufgrund ihrer Ausmessung nicht als punktförmige Lichtquelle angesehen werden. Daher wird mit dem Kondensor die Na-Dampflampe so auf den Beleuchtungsspalt abgebildet, das dieses Bild als »punktförmige Lichtquelle« angesehen werden kann. Zusätzlich wird durch den Kondensor ein möglichst großer Raumwinkel der emittierten Lichtstrahlung für den Versuch nutzbar gemacht. Über Abbildungsgleichung und -maßstab muß demnach der Beleuchtungsspalt zwischen einfacher und zweifacher Brennweite liegen, die Dampflampe außerhalb der zweifachen Brennweite.
 - b) Der Abstand zwischen Beleuchtungsspalt und Linse L_1 soll gleich der Brennweite von L_1 sein. Dieser Abstand soll mittels Autokollimation bestimmt werden. Was versteht man unter Autokollimation?
 - Unter *Autokollimation* versteht man ein Abbildungssystem, bei dem der Gegenstand in der selben Ebene liegt wie das Bild und bietet die Möglichkeit der Bestimmung der Brennweite von Linsen(-systemen). Bei Sammellinsen wird zunächst ein Planspiegel auf eine Seite der Linse aufgestellt der Abstand ist beliebig und auf der anderen Seite der Gegenstand in die Nähe des Brennpunktes eingebracht. Anschließend wird der Gegenstand so lange verschoben, bis das von Linse und Spiegel erzeugte Bild scharf in der selben Ebene wie der Gegenstand vorliegt. Der Abstand zwischen Gegenstand und Linse ist dann die Brennweite.
 - c) Was versteht man unter Fraunhoferscher Beobachtungsart?

 Bei der Fraunhofer'schen Beobachtungsart geht man davon aus, daß Lichtquelle sowie Beobachtungsposition jeweils unendlich weit vom Spalt entfernt sind und somit parallele Strahlenbündel vorliegen. Da dies in Realita für den Laboratoriumsbetrieb nicht praktisch realisierbar ist, wird die Lichtquelle in die Brennebene einer Sammellinse eingebracht, wodurch der Spalt mit parallelen Strahlen beleuchtet wird.
 - d) Welche Aufgabe hat die Linse L_2 ?

 Die Linse L_2 sorgt für die Fokussierung des Lichts von den Beugungsmustern in die Brennebene, in der sich auch das Beobachtungsfernrohr befindet.
 - e) Wird der Beleuchtungsspalt oder das Dia (bzw. Beugungsspalt, Doppelspalt oder Gitter) abgebildet?
 - Abgebildet wird der Beleuchtungsspalt, durch das Dia wird nur die Ausbreitungsrichtung der Strahlen modifiziert.
 - f) Wie man weiß, vergrößert das in diesem Versuch benutzte Fernrohr den Sehwinkel. Muß man diese Vergrößerung bei diesem Versuch in Betracht ziehen?
 - Die Sehwinkelvergrößerung muß nicht berücksichtigt werden, da für die Messung der Maxima nur eine Verschiebung parallel zur optischen Achse durchgeführt wird.
- 2. Die Intensitätsverteilung bei Beugung am Spalt bzw. Gitter läßt sich durch den Ausdruck

$$\frac{I}{I_0} = \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{\pi D \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\left(\frac{\pi D \sin \varphi}{\lambda} \right)^2} \right] \cdot \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{N\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)} \right]$$
(1)

beschreiben. Hierbei ist D die Spaltbreite, φ der Beugungswinkel, λ die Wellenlänge, N die Spaltanzahl und b der Spaltabstand.

a) Welche Klammer beschreibt in dem Ausdruck für die Intensitätsverteilung die Beugung 1. Klasse?

Der erste Klammerterm aus Gl. (1) gibt die Beugung 1. Klasse an.

- b) Kann ein Einzelspalt alleine (N = 1) eine Beugung 2. Klasse erzeugen?
 Die Interferenz des von mehreren Spalten gebeugten Lichts wird durch die Beugung
 2. Klasse beschrieben (zweiter Term in Gl. (1)). An diesem Term kann man auch erkennen, daß ein Einzelspalt also N = 1 keine Beugung
 2. Klasse erzeugen kann, da der zweite Term zu 1 kollabiert.
- c) Wie wird der Spaltabstand definiert?
 Der Spaltabstand b ist durch den Abstand zweier benachbarter Spaltmitten definiert.
- d) Hat die Spaltanzahl N einen Einfluß auf die Lage der Maxima?

 Die Lage der Maxima wird durch den ersten Term der Gl. (1) vorgegeben und ist daher nicht von der Spaltanzahl N abhängig. Intensität und Breite sind jedoch auch vom zweiten Term abhängig, so daß hier die Spaltanzahl N Einfluß auf Intensität und Breite hat.
- e) Wie lautet die Gleichung, welche die Minima 1. Klasse beschreibt, mit k = 1,2,3...? Die Intensitätsminima und -maxima 1. Klasse lassen sich über die Gleichungen

$$\forall k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} : \sin \varphi_{min,1} = k \frac{\lambda}{D}$$
 (2a)

$$\forall k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} : \sin \varphi_{max,1} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{D}$$
 (2b)

bestimmen.

f) Wie lautet die Gleichung, welche die Maxima 2. Klasse beschreibt, mit k = 0,1,2,3,...? Die Intensitätsminima und -maxima 2. Klasse lassen sich bestimmen über die Gleichungen

$$\forall k \in \mathbb{Z} : \sin \varphi_{min,2} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{b} \tag{3a}$$

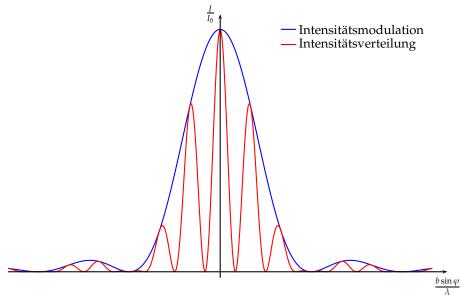
$$\forall k \in \mathbb{Z} : \sin \varphi_{max,2} = k \frac{\lambda}{h}$$
 (3b)

g) Nehmen wir an: Sie teilen die beiden letzten abgeleiteten Gleichungen und erhalten b/D=3. Was bedeutet dieses Ergebnis?

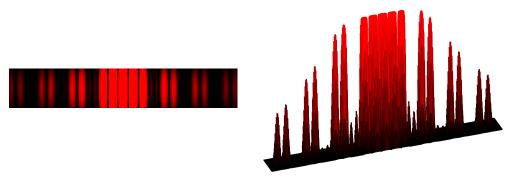
Dies besagt zunächst einmal, daß der Abstand zweier Spalten dreimal so groß ist wie ihre Breite. Hierdurch fällt jedes 3. Maxima 2. Klasse mit einem Minimum 1. Klasse zusammen und ist nicht mehr sichtbar.

h) Wie sie wissen, wird die erste Klammer im Ausdruck der Intensitätsverteilung mit der zweiten multipliziert. Das bedeutet, daß die 1. Klasse die 2. Klasse moduliert. Machen Sie bitte eine qualitative Skizze von I/I_0 , wenn b/D=3 und N=2 ist.

Die Gl. (1) zeigt für b/D = 3 und N = 2 den folgenden qualitativen Verlauf:



Mit dem Paket pst-diffraction von Manuel Luque und Herbert Voß für das Makro-Paket PSTricks sind die beiden nachfolgenden Abbildung erstellt worden, die die Intensitätsverteilungen für b/D = 3 darstellen.



3. Versuchsbeschreibung

3.1 Aufgabe 2

Bei der Justage des Aufbaus sollte dieser, neben den in den Vorbereitungsaufgaben diskutierten Aufbauhinweisen, die optische Bank vollständig ausnutzen. Beim Aufbau ist darauf zu achten, daß die optische Achse auch in der horizontalen Ebene korrekt ist sowie Beleuchtungsspalt und Beugungsspalt möglichst parallel ausgerichtet sind. Für die Feineinstellung kann die Schraube seitlich am Fernrohr verwendet werden. Das Beugungsbild liegt nur dann in der Fadenkreuzebene, wenn sich bei Bewegung des Auges keine Parallaxe bemerkbar macht. Durch Drehung des Okulars kann die Schärfe des Fadenkreuz eingestellt werden.

3.2 Aufgabe 3

Um die Spaltbreite eines Einzelspalts zu bestimmen, bestimmt man die Winkel der Interferenzmaxima φ_n n-ter Ordnung und ermittelt die Breite über Gl. (2b). Um den Meßfehler klein zu halten, sollte hier möglichst äußere, noch klar zu erkennende Maxima gemessen werden. Ggf. könnten auch die Winkel zu den äußeren Minima (falls gut zu erkennen sind) bestimmt werden.

3.3 Aufgabe 4

Statt Einzelspalt wird nun der Doppelspalt verwendet. Für verschieden vorhandene Doppelspalte sollten die Beugungsbilder betrachtet werden und für ein Doppelspalt das Beugungsbild qualitativ skizziert und aus dieser Zeichnung das Verhältnis b/D bestimmt werden.

3.4 Aufgabe 5

Der Doppelspalt wird durch ein Gitter ersetzt und die Maximalstellen x_k der Beugungsfigur bestimmt. Mittels Gleichung (3b) und

$$\sin \varphi_k = \frac{x_k - x_0}{f_2} \tag{4}$$

(x_0 : Lage des nullten Maximums, x_k : Lage des k-ten Maximums, f_2 : Brennweite von L_2) kann dann bei vorgegebener Gitterkonstante über die Steigung der Geraden, wenn man x_k gegen k aufträgt die mittlere Wellenlänge des gebeugten Natriumlichts ermittelt werden.

3.5 Aufgabe 6

Spaltbreite D des Einzel- und Doppelspalts sowie Spaltabstand b des Doppelspalts wird mit Hilfe der Meßlupe bestimmt. Der Spalt wird dabei von hinten beleuchtet, indem das Deckenlicht mit Hilfe des Spiegels auf das Dia gelenkt wird.

4. Versuchsaufbau mit Strahlengang (Aufgabe 1)

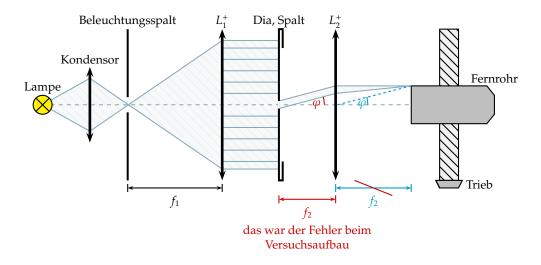


Abbildung 2: Versuchsaufbau mit Strahlengang (Aufgabe 1)

5. Meßwerte

5.1 Aufgabe 3

i	Ordnung	x/ mm	$\Delta x / \text{mm}$
1	L3	24,275	0,575
2	L2	24,130	0,430
3	L1	23,945	0,245
4	0	23,700	0,000
5	R1	23,460	0,240
6	R2	23,290	0,410
7	R3	23,105	0,595
8	L3	24,235	0,565
9	L2	24,050	0,380
10	L1	23,910	0,240
11	0	23,670	0,000
12	R1	23,440	0,230
13	R2	23,280	0,390
14	R3	23,100	0,570

Tabelle 1: Meßwerte zu Aufgabe 3

5.2 Aufgabe 5

i	Ordnung	x/ mm	$\Delta x / mm$	
1	R3	19,990	0,365	
2	R2	20,105	0,250	i:
3	R1	20,225	0,130	Ordnung:
4	0	20,355	0,000	x:
5	L1	20,485	0,130	Δx :
6	L2	20,600	0,245	
7	L3	20,730	0,375	

Tabelle 2: Meßwerte zu Aufgabe 5

5.3 Aufgabe 6

i	Objekt		Skt/mm
1	Einzelspalt	D	0,11
2	Doppelspalt	D	0,19
3	Doppelspalt	b	0,31

Tabelle 3: Meßwerte zu Aufgabe 6

6. Auswertung

6.1 Aufgabe 3

Bei der Bestimmung der Breite ist, ebenso wie bei Aufgabe 5 beim Aufbau ein Fehler aufgetreten. Nicht das Dia/Spalt wurde in den Brennpunkt der Linse L2 gebracht, sondern das Objektiv des Fernrohrs. Dies ist bei der Versuchsdurchführung nicht aufgefallen, nach Rücksprache mit dem Betreuer wurde gerade diese Anordnung verwendet, wobei das Dia direkt vor der Linse L2 gebracht wurde, da hier das Beugungsmuster scharf und klar zu erkennen war.

Daher sind die erhaltenen Meßwerte nicht verwendbar, insbesondere ist es nicht möglich, die Breite des Spalts zu bestimmen.

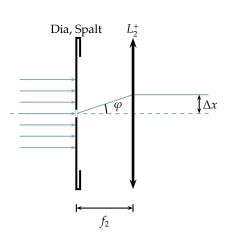
Nachfolgend soll noch der Weg erläutert werden, wie man mit den richtig gemessenen Werten die Breite bestimmen könnte. Liegt der Spalt im Brennpunkt, so kann der Winkel φ bestimmt werden über

$$\tan \varphi = \frac{\Delta x}{f_2}$$
 mit $\Delta x = x_n - x_0$.

Für kleine Winkel φ ($\varphi \simeq 0$) gilt die Näherung $\tan \varphi = \sin \varphi$. Mit Gl. (2b) erhält man:

$$\sin \varphi = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{D} = \tan \varphi = \frac{\Delta x}{f_2}$$

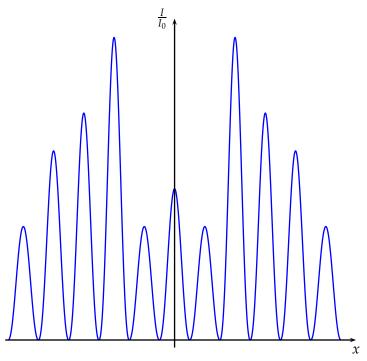
$$\Longrightarrow \frac{\Delta x}{f_2} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{D} \Longrightarrow D = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{\Delta x} f_2$$



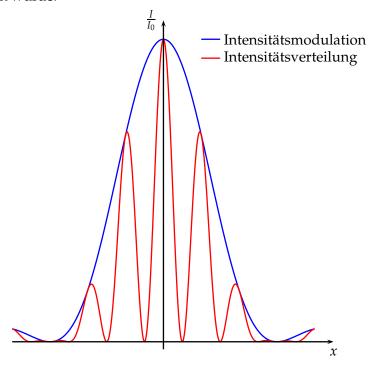
Hierdurch ist aufgefallen, daß der Versuch fehlerhaft aufgebaut worden ist und die Breite nicht bestimmt werden kann.

6.2 Aufgabe 4

Da nur ein Doppelspalt am Experimentierplatz vorhanden war, konnte das Beugungsmuster für verschiedene Spalte nicht beobachtet werden. Mit unserer eigentlichen Versuchsanordnung (wie in Aufgabe 3 und 5, die nicht korrekt ist) wurde folgendes Muster beobachtet (Dia direkt vor Linse):



Desweiteren wurde der Spalt etwa mittig zwischen beide Linsen geschoben, so daß folgendes Muster erhalten wurde:



Das dritte Maximum 2. Klasse ist nicht sichtbar, daher ist $\frac{b}{D} = 3$. Ob dieser Wert vertrauenswürdig ist, ist wegen dem fehlerhaften Aufbau jedoch mehr als fraglich. Insbesondere wurden Maxima höherer Ordnung nicht beobachtet.

Das zuerst beobachte Interferenzmuster/Beugungsmuster zeigt einen unerwarteten Verlauf - dies zeigt eher den Verlauf bei Fresnelbeugung (Nahzone) als bei Frauenhoferbeugung.

6.3 Aufgabe 5

Ebenso wie bei Aufgabe 3 ist die Messung fehlerhaft, da das Gitter nicht in der Brennebene von L2 steht. Der Ansatz mit Gl. (4) kann nicht verwendet werden (Herleitung wie bei 6.1),

daher können die Werte nicht weiter ausgewertet werden. Auf die Zeichnung der Geraden wird daher verzichtet, da dies aufgrund der fehlerhaften Werte nicht sinnvoll ist. Nachfolgend wird der Weg aufgezeigt, wie man die Wellenlänge bestimmen sollte.

Mit Gl. (3b) und (4) erhält man

$$k\frac{\lambda}{b} = \sin \varphi_k = \frac{\Delta x}{f_2} = \frac{x_k - x_0}{f_2}$$

Für das Gitter war eine Gitterkonstante von 100 Strichen je cm angegeben:

$$\implies$$
 $g = \frac{1}{100}$ cm = 10^{-4} cm = 0,1 mm

Der Spaltabstand b entspricht der Gitterkonstanten g: $b \equiv g$. Damit folgt

$$k\frac{\lambda}{g} = \frac{x_k - x_0}{f_2}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{g}{f_2} \frac{x_k - x_0}{k}$$

Wird nun $(x_k - x_0)$ gegen k aufgetragen, so kann die Steigung $\frac{x_k - x_0}{k} = m$ bestimmt werden. Mit $\lambda = |m| \frac{g}{f_2}$ kann anschließend die Wellenlänge ermittelt werden.

Es sollte der Betrag der Steigung genommen werden, da abhängig von der Richtung, mit der begonnen wurde, die Steigung positiv oder negativ ist – die Wellenlänge λ ist jedoch immer positiv.

6.4 Aufgabe 6

Die verwendete Meßlupe hat eine Hauptskalenteilung von 1 mm und eine Ablesegenauigkeit von 0,01 mm. Der bestimmte Wert von d=0,11 mm kann nicht verifiziert werden, da die Spaltbreite in Aufgabe 3 nicht bestimmt werden konnte.

Für das Verhältnis von b/D beim Doppelspalt erhält man mit den Meßwerten aus der Bestimmung mit der Meßlupe b/D=1,63, was stark von dem vermuteten Wert abweicht (in Aufgabe 4). Bei der Meßlupe kann man von einem Fehler von $\Delta x=\pm 0,03\,\mathrm{mm}$ ausgehen, da 1. die Differenz von zwei Skaleneinteilung ermittelt wird und 2. kleine Bewegungen des Auges zu Verschiebungen der Skala führten. Damit ergibt sich

$$\frac{b}{D} = \frac{0.31 \text{ mm} \pm 0.03 \text{ mm}}{0.19 \text{ mm} \pm 0.03 \text{ mm}} = 1.6 \pm 0.5 = 1.6(1 \pm 31\%)$$

Ein reales Verhältnis von b/D=2 erscheint der wahrscheinlichste Wert, entspricht jedoch nicht dem aus Aufgabe 4.

7. Bewertung

Durch den fehlerhaften Versuchsaufbau konnten die Aufgaben nicht zufriedenstellend gelöst werden, Aufgabe 6 entsprechend nicht über die anderen Aufgaben verifiziert und verglichen werden. Insgesamt zeigt der Versuch die Notwendigkeit, nach Möglichkeit bereits die Meßwerte bei der Aufnahme grob zu überschlagen, um solche Aufbaufehler frühzeitig zu erkennen und nicht, wie hier, erst in der Auswertungsphase.

Die Datenermittlung mit dem Meßmikroskop ist nicht ganz einfach durchzuführen, hier können sich viele Fehler beim Ablesen der Skala einschleichen, zudem verschob sich die Skala bereits, wenn der Blickwinkel des Auges sich minimal änderte.

8. verwendete Geräte

- Optische Bank
- Na-Dampf-Lampe ($\lambda = 589.3 \, \text{nm}$)
- Kondensator, Linsen (L1: $f_1 = 193 \,\text{mm}$, L2: $f_2 = 210 \,\text{mm}$)
- variabler Beleuchtungsspalt, Diaträger
- Fernrohr auf seitlich verschiebbarem Trieb
- Meßlupe, Spiegel, Taschenlampe
- Dias (Spalt, Doppelspalt, Gitter)

Literatur

- [Dem06] Demtröder, Wolfgang: *Experimentalphysik*. Bd. 2: *Elektrizität und Optik*. 4. Auflage. Berlin Heidelberg New York : Springer, 2006. ISBN 3–540–33794–6
- [GKV86] Gerthsen, Christian; Kneser, H.O.; Vogel, Helmut; Vogel, Prof. Dr. H. (Hrsg.): *Physik.* 15. neubearbeitete und erweiterte Auflage. Heidelberg New York Tokyo: Springer-Verlag Berlin, 1986. ISBN 3–540–16155–4
- [Kuc94] Kuchling, Horst: Taschenbuch der Physik. 14. Auflage. Leipzig-Köln: Fachbuchverlag, 1994.
 ISBN 3-343-00858-3
- [Lin93] Lindner, Helmut: *Physik für Ingenieure*. 14. Auflage. Leipzig-Köln: Fachbuchverlag, 1993. ISBN 3–343–00772–2
- [Mey06] Meyer, Dirk: Physikalisches Praktikum für Studierende der Physik / Ruhr-Universität Bochum. 4. Auflage. 2006. Versuchsanleitungen
- [Tip98] Tipler, Paul A.; Gerlich, Dieter (Hrsg.); Jerke, Götz (Hrsg.): Physik. 2. korrigierter Nachdruck der 1. deutschen Auflage von 1994. Heidelberg - Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 1998. – ISBN 3–86025–122–8
- [Wal94] WALCHER, Wilhelm: Praktikum der Physik. 7. Auflage. Stuttgart: B.G. Teubner, 1994

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9	18.09.2007	Krä	Versuchsvorbereitung
1.0	19.09.2007	Krä	Versuchsdurchführung
1.1	23.09.2007	Krä	Versuchsauswertung