

C16 – Interferenz

Physikpraktikum

Tobias Krähling
eMail: <Tobias.Kraehling@SemiByte.de>
Homepage: <www.SemiByte.de>

14.10.2007
Version: 1.1

Stichworte: Ebene Wellen, Kohärenz, Kohärenzlänge, Wellenpaket, Wellenzug, Dispersionsgebiet, Kohärenzbedingung, Interferenzen gleicher Dicke, Interferenzen gleicher Neigung

Literatur: [Dem06], [GKV86], [Kuc94], [Lin93], [Tip98], [Mey06], [Wal94], [Beu96]

1. Aufgabenstellung

1. Ausmessen der Interferenzfigur (Minima) beim Pohlischen Interferenzversuch.
2. Bestimmung der Dicke d der Glimmerplatte, der Interferenzordnung k_0 des innersten Rings, k_{max} und k_{min} .
3. Skizze des Versuchsaufbaus zum Newtonschen Interferenzversuch.
4. Bestimmung des Krümmungsradius R der Plankonvexlinse.
5. Bestimmung der Kohärenzlänge für weißes Licht.

2. Grundlagen

Die Interferenz ist ein Phänomen, welches durch die Überlagerung von mindestens zwei Wellen beliebiger Art nach dem Superpositionsprinzip (Addition der Amplituden) an einem Raumpunkt zustande kommt. Da dies auch im sichtbaren Bereich von elektromagnetischen Wellen auftritt, zeigt dies die Wellennatur von Licht. Werden die Amplituden bzw. Intensitäten zwei harmonische Wellen mit gleicher Frequenz und einer Phasendifferenz von $2\pi k$ addiert ($k \in \mathbb{Z}$), so verstärkt sich die Gesamtamplitude und man spricht von *konstruktiver* Interferenz. Löschen sich beide Wellen aus, d. h. sie haben eine Phasendifferenz von $2\pi k + \pi$, so nennt man dies *destruktive* Interferenz (vollständige Auslöschung erfolgt nur, wenn beide Wellen die selbe Amplitudenhöhe, jedoch mit unterschiedlichem Vorzeichen durch die Phasendifferenz haben). Die Muster im Raum, die durch die Interferenz an den einzelnen Raumpunkten entstehen, werden als *Interferenzmuster* bezeichnet, wobei die Stellen mit destruktiver und konstruktiver Interferenz häufig deutlich zu erkennen sind.

Mathematisch läßt sich die Überlagerung von zwei Wellen z. B. über die Cosinusfunktion beschreiben. Beide elektrische Felder der Wellen lassen sich an einem bestimmten Raumpunkt ausdrücken über:

$$E_1 = A_0 \cos(\omega t) \quad \text{und} \quad E_2 = A_0 \cos(\omega t + \Delta\phi) \quad (1)$$

Die resultierende Wellenfunktion an einem bestimmten Raumpunkt ist die Summe beider elektrischen Felder:

$$E = E_1 + E_2 = A_0 \cos(\omega t) + A_0 \cos(\omega t + \Delta\phi) \quad (2)$$

Mit der trigonometrischen Umformung

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \quad (3)$$

folgt für die resultierende Wellenfunktion

$$E = 2A_0 \cos\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi\right) \cos\left(\omega t + \frac{1}{2}\Delta\varphi\right) \quad (4)$$

Die Amplitude der resultierenden Welle beträgt somit $2A_0 \cos(\Delta\varphi/2)$, die Intensität ($I \sim A^2$) somit $I = 4I_0 \cos^2(\Delta\varphi/2)$.

Um stabile Interferenzmuster zu erzeugen ist eine Quelle notwendig, die kohärente Wellen erzeugt, d. h. es werden Wellen mit einer zeitlich konstanten Phasendifferenz erzeugt. Bei der Erzeugung von Lichtwellen durch die Emission von Atomen ist Kohärenz gegeben, wenn die Wellen aus einer Punktquelle stammen. Dabei bezeichnet man mit der Kohärenzlänge L die mittlere Länge des von einem einzelnen Atoms ausgesendeten Wellenzuges und ist gegeben durch

$$L = c\tau \quad (5)$$

wobei τ die mittlere Dauer des Emissionsaktes und c die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet¹. Mit Lasern können, da die Besetzungsinversion durch stimulierte Emission in Licht umgewandelt wird und sich dabei in Phase befinden, weitaus größere Kohärenzlängen erzeugt werden. Da zwei Lichtquellen keine kohärenten Wellen erzeugen können – die emittierenden Atome in den beiden Quellen stehen in keiner gekoppelten Beziehung zueinander – ist eine weitere Möglichkeit, kohärentes Licht zu erzeugen, die Aufspaltung von Licht einer einzigen Punktquelle in mehrere Strahlengänge.

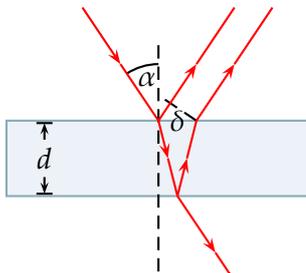


Abbildung 1: Strahlengang planparallele Platte

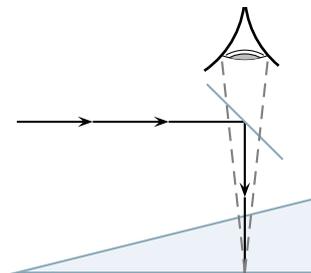


Abbildung 2: Strahlengang am Keil

Eine Phasendifferenz $\Delta\varphi$ ergibt sich häufig durch Weglängenunterschiede (Gangunterschied δ) der einzelnen Strahlengänge.

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \quad (6)$$

Licht, das durch eine planparallele Platte oder dünne Schicht fällt, wird an den Grenzflächen zwischen den beiden Medien jeweils transmittiert und reflektiert. Beim Übergang von einem dünneren zu einem dichteren Medium erfolgt bei der Reflektion ein Phasensprung der Welle um π ($\lambda/2$), bei der Transmission erfolgt kein Phasensprung (daher wird in Reflektion beobachtet). Das an der ersten und zweiten Grenzschicht reflektierte Licht überlagern sich mit einem Gangunterschied δ , der sich aus dem Umweg durch das Medium sowie dem Phasensprung zusammensetzt. Fällt das Licht senkrecht auf die Fläche ein, so legt ein Teilstrahl einen zusätzlichen Weg von $2d$ mit einer geringen Geschwindigkeit c/n zurück. Damit erhält man als Gangunterschied für das reflektierte Licht:

$$\delta = 2dn + \frac{\lambda}{2} \quad (7)$$

¹für die Natrium D-Linien beträgt die Kohärenzlänge $l = 4,67$ m [Wal94, S. 192]

Für eine Verstärkung muß $\delta = k\lambda$ gelten, für eine Auslöschung $\delta = (k + 1/2)\lambda$ und es folgt

$$\lambda = \frac{4dn}{2k + 1} \quad \text{Verstärkung} \quad (8)$$

$$\lambda = \frac{2dn}{k} \quad \text{Auslöschung} \quad (9)$$

Trifft das Licht nicht senkrecht auf die Fläche, so muß noch die Brechung für das Teilbündel, der durch das Medium geht, berücksichtigt werden. Mit dem Brechungsgesetz erhält man dann für den (optischen) Gangunterschied

$$\begin{aligned} \delta &= n(\overline{AB} + \overline{BC}) - \overline{AD} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2nd}{\cos \beta} - 2d \tan \beta \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} = \frac{2nd}{\cos \beta} - \frac{2nd \sin^2 \beta}{\cos \beta} + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2nd \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad (10)$$

Beim geometrischen Gangunterschied wird, im Gegensatz zum optischen, sowohl der Phasensprung bei der Reflexion wie auch die veränderte Lichtgeschwindigkeit im Medium nicht berücksichtigt.

$$\delta_g = \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AD} \quad (11)$$

Das Interferenzbild bei der Reflexion an einer planparallelen Platte sind konzentrische Ringe. Wird die planparallele Platte durch einen Keil ersetzt (siehe Abb. 2), so ist d nicht mehr konstant sondern eine Funktion des Ortes $d(r)$. Gl. 7 und 10 sind demnach ebenfalls Funktion des Ortes und der Gangunterschied der interferierten Strahlen hängt nicht nur vom Einfallswinkel α , sondern auch von der örtlich vorhandenen Dicke $d(r)$ ab. Man spricht von *Interferenzen gleicher Dicke*. Da die Dicke d mit zunehmender Entfernung von der Keilkante zunimmt, erscheint bei monochromatischem Licht ein System heller und dunkler, parallel zu dieser Kante verlaufender Interferenzstreifen.

3. Versuchsbeschreibung

3.1 Aufgabe 1

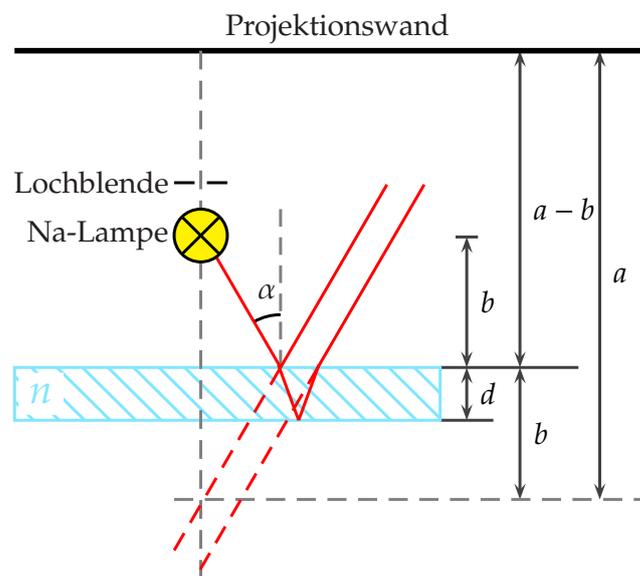


Abbildung 3: Versuchsaufbau Aufgabe 1

1. Der Versuch wird nach Abb. 3 aufgebaut (es wird eine Glimmerplatte statt einer Glasplatte verwendet, da das Reflektionsvermögen von Glimmer höher ist).
 - Lampe und Glimmerplatte sollten in einem Abstand $b \approx 10$ cm aufgebaut werden.
 - Abstände $a - b$ und b aufnehmen.
2. Bei abgeschalteter Raumbeleuchtung wird die Lochblende so weit wie möglich von der Na-Lampe hin zur Projektionswand verschoben und der Mittelpunkt des Ringsystems auf der Projektionswand markiert.
3. Lochblende nah an die Lampe bringen.
4. Mit Maßstab und Spezialstift einen Durchmesser auftragen, dabei darauf achten, daß der Durchmesser nicht durch Regionen des Ringsystems geht, wo aufgrund von Inhomogenitäten der Glimmerfolie ein schlechter Kontrast vorliegt.
5. Markierung der Ringminima (etwa 17 Ringe) auf dem Durchmesser
6. Bei eingeschalteter Beleuchtung werden die Durchmesser d_i der dunklen Ringe ausgemessen, wobei der innerste sichtbare Ring die Nummer $i = 0$ erhalten soll (i ist nicht die Interferenzordnung, sondern nur eine Numerierung).

3.2 Aufgabe 2

1. Mit den bestimmten Durchmessern aus Aufgabe 1 können nun die zu den Minima gehörenden Neigungswinkel α_i über

$$r_i = \frac{d_i}{2} \quad ; \quad \tan \alpha_i = \frac{r_i}{a} \quad (12)$$

bestimmt werden.

2. Auftragung von $\sin^2 \alpha_i$ über i , die Gerade befolgt die Gleichung

$$\sin^2 \alpha_i = \frac{n\lambda}{d} i + (2n^2 - \frac{n\lambda}{d} k_0) \quad (13)$$

wobei $k = k_0 - i$ gilt.

3. Aus der Steigung s läßt sich die Dicke der Glimmerplatte bestimmen über

$$d = \frac{n\lambda}{s} \quad (14)$$

(der durch die Dicke hervorgerufene Gangunterschied muß innerhalb der Kohärenzlänge liegen, damit noch stabile Interferenzerscheinungen beobachtet werden können, was eine Einschränkung der bestimmbareren Dicke bedeutet).

4. Aus dem Achsenabschnitt $\sin^2 \alpha_0$ läßt sich die Interferenzordnung k_0 des ersten sichtbaren Rings ($i = 0$) bestimmen über

$$k_0 = \frac{2n^2 - \sin^2 \alpha_0}{s} \quad (15)$$

5. Aus Gl. (10) und der Bedingung für Minima ($\delta = (k + 1/2)\lambda$) erhält man für die Ordnung die Beziehung:

$$k = \frac{2d}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \quad (16)$$

Liegt kein geometrischer Gangunterschied vor, d. h. $d = 0$, so ist $k = 0$ und das Minimum 0-ter Ordnung. Da $n \neq 0$ folgt $n^2 \geq \sin^2 \alpha$ (da die Wurzel reell sein muß). Damit ist $n \geq \sin \alpha \Rightarrow \alpha \leq \arcsin n$.

Der Ring mit der größten Interferenzordnung liegt im Zentrum ($\alpha = 0^\circ$) und lässt sich bestimmen über

$$k_{max} = \frac{2nd}{\lambda} \quad (17)$$

Wegen $n > 1$ gibt es im Unendlichen ($\alpha = 90^\circ$) keinen Ring 0-ter Ordnung, die kleinste Interferenzordnung des unendlich großen Rings ist gegeben über:

$$k_{min} = \frac{2d}{\lambda} \sqrt{n^2 - 1} \quad (18)$$

3.3 Aufgabe 4

1. Justage

- Weißes Blatt Papier vor das Fernrohr halten und mit dem Okular das Fadenkreuz scharf stellen (einzige von den Augen abhängige Einstellung).
- Lampe in die Brennebene des Kondensors bringen, damit die Beleuchtung mit Parallellicht erfolgt.
- Durch Drehen und Verschieben der kleinen Bank und durch Drehen des halbdurchlässigen Spiegels in seiner Halterung dafür sorgen, daß die Plankonvexlinse gut ausgeleuchtet wird und das reflektierte Licht in das Beobachtungsfernrohr gelangt (Feintrieb in Mittelstellung 25,00 mm!).
- Fernrohr durch Verschieben der Vorsatzlinse oder des Fernrohrs (grob) sowie durch Drehen an der seitlichen Stellschraube (fein) scharfstellen.
- Prüfung, ob bei Bewegung des Auges vor dem Okular die Ringe und Fadenkreuz parallaxenfrei sind.

- Messung der Lage der Minima $x_{k,li}$ und $x_{k,re}$ links und rechts vom Zentrum auf einen Durchmesser (eventuell Höheneinstellung von Fernrohr und Vorsatzlinse korrigieren) von etwa $k = 1$ bis 17. Im Zentrum befindet sich das Minimum 0-ter Ordnung.

3.4 Aufgabe 5

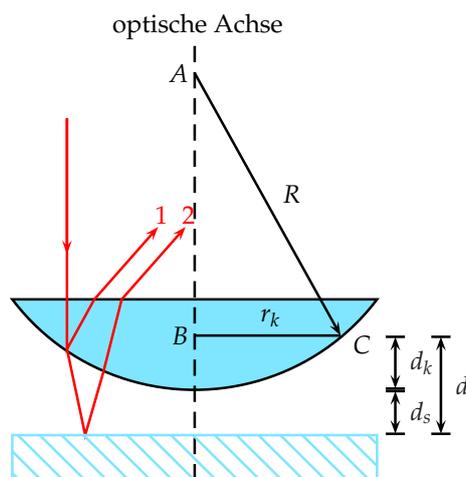


Abbildung 4: Strahlengang Newtonscher Interferenzversuch

- Mit den Meßwerten aus Aufgabe 4 die Radien r_k der Ringe bestimmen ($r_k = (x_{k,re} - x_{k,li})/2$) und ein $r_k^2(k)$ -Diagramm erstellen.

2. Da paralleles Licht verwendet wird, ist $\alpha = 0^\circ$ und für $n_{Luft} = 1$ folgt mit Gl. (10) für den Gangunterschied:

$$\delta = 2d(r) + \frac{\lambda}{2} \quad (19)$$

Der Phasensprung erfolgt hier für den zweiten Strahl bei der Reflektion an der ebenen Untergrundfläche. d setzt sich aus dem Abstand d_s zwischen Linsenscheitel und Glasplatte (Dicke eines Staubkorns, das sich möglicherweise zwischen Linse und Glasplatte befindet) und dem Abstand d_k zwischen Linsenoberfläche und der Ebene des Linsenscheitels. Mit Pythagoras für das Dreieck ABC erhält man

$$R^2 = (R - d_k)^2 + r_k^2 \Rightarrow r_k^2 = R^2 - (R - d_k)^2 = 2Rd_k - d_k^2 \approx 2Rd_k \quad (20)$$

da d sehr klein ist. Für den Gangunterschied folgt dann:

$$\delta = 2 \left(\frac{r_k^2}{2R} + d_s \right) + \frac{\lambda}{2} \quad (21)$$

Mit der Interferenzminimabedingung $\delta = (k + 1/2)\lambda$ folgt dann

$$r_k^2 = R\lambda k - 2Rd_s \quad (22)$$

Aus Steigung s und Achsenabschnitt r_0^2 des gezeichneten $r_k^2(k)$ -Diagramms kann dann der Krümmungsradius R der Plankonvexlinse und die Dicke d_s des Staubkorns ermittelt werden über

$$s = R\lambda \quad ; \quad r_0^2 = -2Rd_s \quad (23)$$

3.5 Aufgabe 6

1. Die „Kohärenzlänge“ läßt sich u. a. definieren als der größte Gangunterschied, bei dem man noch deutlich Interferenzminima sieht.
2. Bei ausgeschalteter Na-Dampf-Lampe wird der Radius des größten, bei weißem Licht noch deutlich erkennbaren, dunklen Ringes bestimmt.
3. Mit Gl. (21) die „Kohärenzlänge“ berechnen. Die gemessene Länge ist ein Maß für die Interferenzfähigkeit und damit für die Monochromasie des verwendeten Lichts.

4. Meßwerte

4.1 Aufgabe 1

i	d/mm	r/mm	$\sin^2 \alpha$
0	484	242,0	0,039080
1	556	278,0	0,050936
2	626	313,0	0,063700
3	686	343,0	0,075530
4	736	368,0	0,085960
5	795	397,5	0,098877
6	848	424,0	0,110988
7	899	449,5	0,123048
8	949	474,5	0,135213
9	998	499,0	0,147425
10	1046	523,0	0,159629
11	1093	546,5	0,171777
12	1137	568,5	0,183300
13	1185	592,5	0,196005
14	1235	617,5	0,209359
15	1286	643,0	0,223070

Abstände	
$a - b$	1100 mm
b	100 mm
$\Rightarrow a$	1200 mm

- i ... Nummerierung
 d ... Durchmesser des Kreises
 r ... Radius des Kreises (berechnet)
 $\sin^2 \alpha$... berechneter Wert für Auswertung
 b ... Abstand Lampe – Glimmerplatte
 $a - b$... Abstand Projektionswand – Glimmerplatte
 a ... Abstand Projektionswand – Bild (berechnet)

Tabelle 1: Meßwerte zu Aufgabe 1

4.2 Aufgabe 4

k	$x_{k,li}/\text{mm}$	$x_{k,re}/\text{mm}$	r_k/mm	r_k^2/mm^2
1	20,91	29,09	4,090	16,728
2	19,74	30,35	5,305	28,143
3	18,85	31,33	6,240	38,938
4	18,08	32,07	6,995	48,930
5	17,39	32,77	7,690	59,136
6	16,81	33,37	8,280	68,558
7	16,29	33,96	8,835	78,057
8	15,74	34,46	9,360	87,610
9	15,27	34,96	9,845	96,924
10	14,81	35,40	10,295	105,987
11	14,35	35,85	10,750	115,563
12	13,98	36,25	11,135	123,988
13	13,57	36,65	11,540	133,172
14	13,18	37,05	11,935	142,444
15	12,82	37,43	12,305	151,413
16	12,47	37,79	12,660	160,276
17	12,13	38,10	12,985	168,610

- k ... Minimum k -ter Ordnung
 $x_{k,li}$... Position des linken Kreisrandes
 $x_{k,re}$... Position des rechten Kreisrandes
 r_k ... Kreisradius (berechnet)

Tabelle 2: Meßwerte zu Aufgabe 4

4.3 Aufgabe 5

x_{li} / mm	x_{re} / mm	r / mm
19,93	31,24	5,655

x_{li} ... linke Position des noch sichtbaren Interferenzminima
 x_{re} ... rechte Position des noch sichtbaren Interferenzminima
 r ... Kreisradius (berechnet)
 r^2 ... berechneter Wert

Tabelle 3: Meßwerte zu Aufgabe 5

5. Versuchsaufbau Newton'scher Interferenzversuch

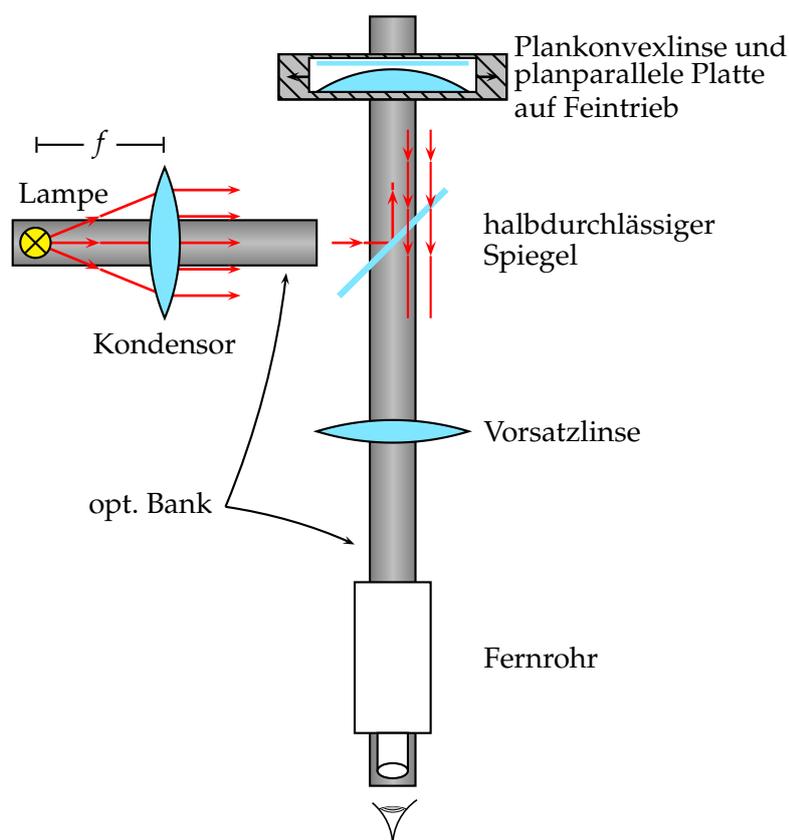


Abbildung 5: Versuchsaufbau Newton'scher Interferenzversuch

6. Auswertung

6.1 Aufgabe 2

Die benötigten Werte a und $\sin^2 \alpha$ wurde mittels Gl. (12) ausgerechnet und in die Meßtabelle mit eingetragen. Leider ist erst bei der Auswertung aufgefallen, daß in der Versuchsanleitung zwei Werte für die Brechzahl des Glimmerplättchens angegeben sind und am Versuchstag nicht festgehalten wurde, welcher dieser beiden Werte verwendet werden muß. Daher werden die folgenden Berechnungen jeweils für beide Brechzahlen durchgeführt und anschließend zusammengeführt mit entsprechend angepaßten Fehlergrenzen.

$\sin^2 \alpha$ wurde über i aufgetragen (Abb. 6), eine lineare Regression vom Typ $y = a + bx$ mit dem Statistikprogramm R durchgeführt und die erhaltene Gerade in das Diagramm mit

eingezeichnet. R bestimmt bei Durchführung der linearen Regression neben den Koeffizienten auch die Fehlerabschätzung für die Koeffizienten, die im folgenden verwendet werden. Die lineare Regression ergab die folgenden Werte:

$$\sin^2 \alpha_0 = a = 0,0384 \pm 0,0004$$

$$s = b = 0,01216 \pm 0,00005$$

$$R^2 = 99,98\%$$

Tabelle 4: Werte der linearen Regression

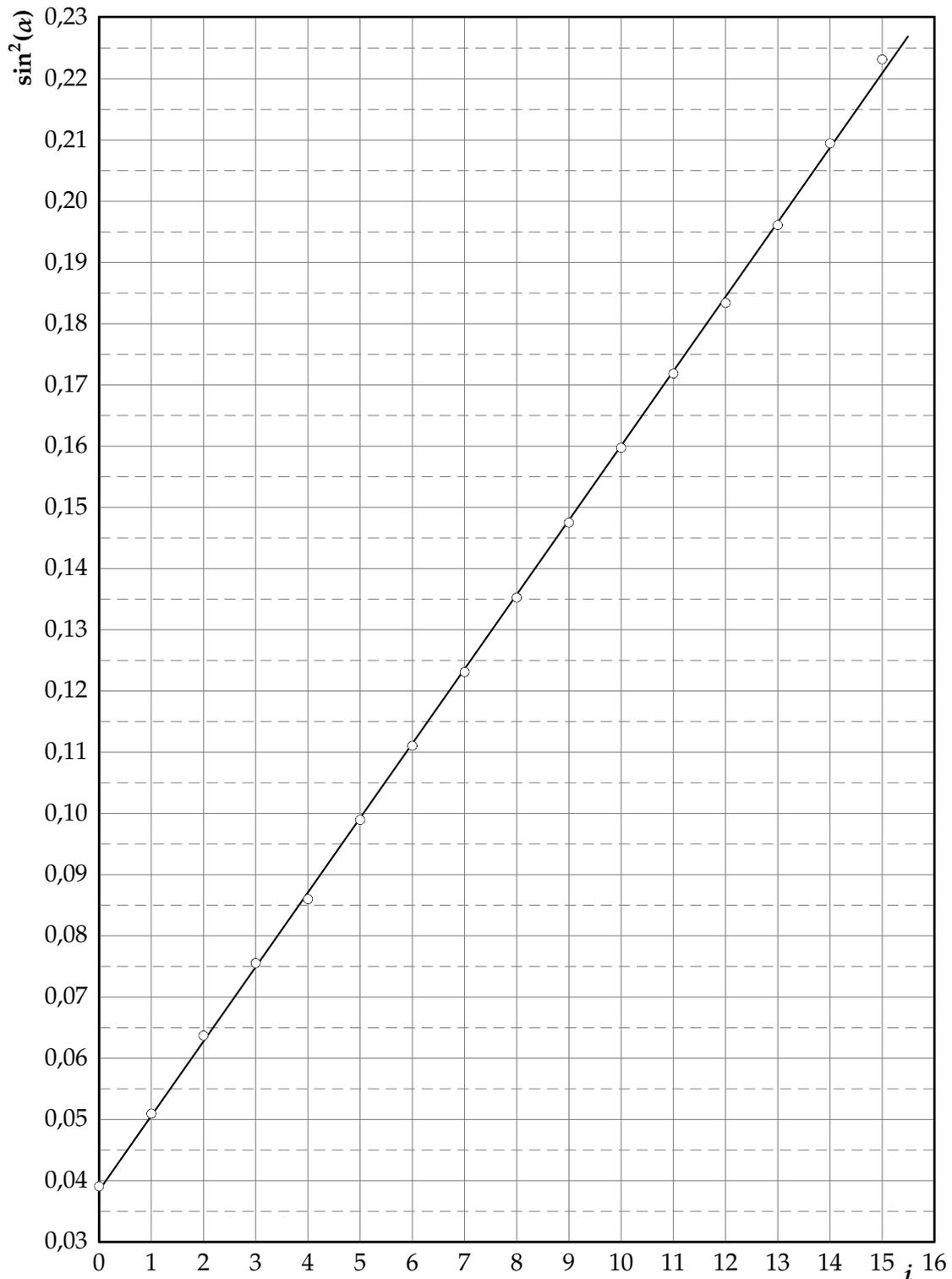


Abbildung 6: $(\sin^2 \alpha)(i)$ -Diagramm

Mit Gl. (14), (15), (17) und (18) können nun die zu bestimmenden Werte berechnet werden, jeweils für beide angegebenen Brechzahlen von Glimmer.

n	d/ mm	k_0	k_{min}	k_{max}
1,57	$0,0761 \pm 0,0006$	402 ± 5	313 ± 4	405 ± 4
1,61	$0,0780 \pm 0,0006$	423 ± 5	334 ± 5	415 ± 4

Tabelle 5: Berechnete Werte zu Aufgabe 2

Die in der Tabelle 5 angegebenen Fehlergrenzen wurden jeweils mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung bestimmt. Für die Brechzahl wurde ein Fehler von $\Delta n = \pm 0,01$ (anhand der Angabegenauigkeit), die Wellenlänge der D-Linie wurde als exakt angenommen. Die Fehlergrenzen lassen sich dann bestimmen über:

$$\Delta d = \pm d \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2} \quad (24a)$$

$$\Delta k_0 = \pm \sqrt{\left(\frac{4n}{b} \Delta n\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{b}\right)^2 + \left(\frac{2n^2 - a}{b} \Delta b\right)^2} \quad (24b)$$

$$\Delta k_{min} = \pm \sqrt{\left(\frac{2(n^2 - 1)}{\lambda} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{2dn}{\lambda \sqrt{n^2 - 1}} \Delta n\right)^2} \quad (24c)$$

$$\Delta k_{max} = \pm k_{max} \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2} \quad (24d)$$

Da die genaue Brechzahl nicht bekannt ist, wird jeweils der Mittelwert als Abschätzung verwendet, für die Fehlerabschätzung wird der Maximalfehler mit den o. g. Fehlergrenzen bestimmt.

$$\Delta \bar{d} = \max \left\{ \left| \bar{d} - (d(n) \pm \Delta d(n)) \right| \right\} \quad (25a)$$

$$\Delta \bar{k}_0 = \max \left\{ \left| \bar{k}_0 - (k_0(n) \pm \Delta k_0(n)) \right| \right\} \quad (25b)$$

$$\Delta \bar{k}_{min} = \max \left\{ \left| \bar{k}_{min} - (k_{min}(n) \pm \Delta k_{min}(n)) \right| \right\} \quad (25c)$$

$$\Delta \bar{k}_{max} = \max \left\{ \left| \bar{k}_{max} - (k_{max}(n) \pm \Delta k_{max}(n)) \right| \right\} \quad (25d)$$

Die hiermit bestimmten Werte sind in der nachfolgenden Tabelle aufgeführt:

	d/ mm	k_0	k_{min}	k_{max}
absolute Fehler	$0,0771 \pm 0,0016$	413 ± 16	324 ± 15	410 ± 9
relative Fehler	$0,0771(1 \pm 2\%)$	$413(1 \pm 4\%)$	$324(1 \pm 5\%)$	$410(1 \pm 2\%)$

Tabelle 6: Ergebnisse zu Aufgabe 2

Der hinzugekommene Fehler durch die Mittelwertbildung und Fehlerabschätzung ist im Verhältnis zum berechneten Fehler, wenn die Brechzahl bekannt gewesen wäre, relativ gering und verursacht eine Erhöhung des Fehlerbereiches um maximal den Faktor 4 – die Auswirkung auf das Ergebnis kann daher als gering betrachtet werden.

Durch die lineare Regression sind die Fehler bei der Bestimmung des Durchmessers der Kreise berücksichtigt. Fehler bei der Bestimmung der Abstände $a - b$ und b betreffen alle

Meßwerte gleichermaßen, die jedoch relativ gering sind (bei b beträgt dieser Fehler etwa 1%) und können daher – durch die oben durchgeführte Mittelwertbildung und Fehlerabschätzung – vernachlässigt werden. Dieser Fehler führt jedoch nicht zu einer konstanten Verschiebung der berechneten Werte oder zu einem linearen Zusammenhang (aufgrund \tan und \sin^2).

6.2 Aufgabe 5

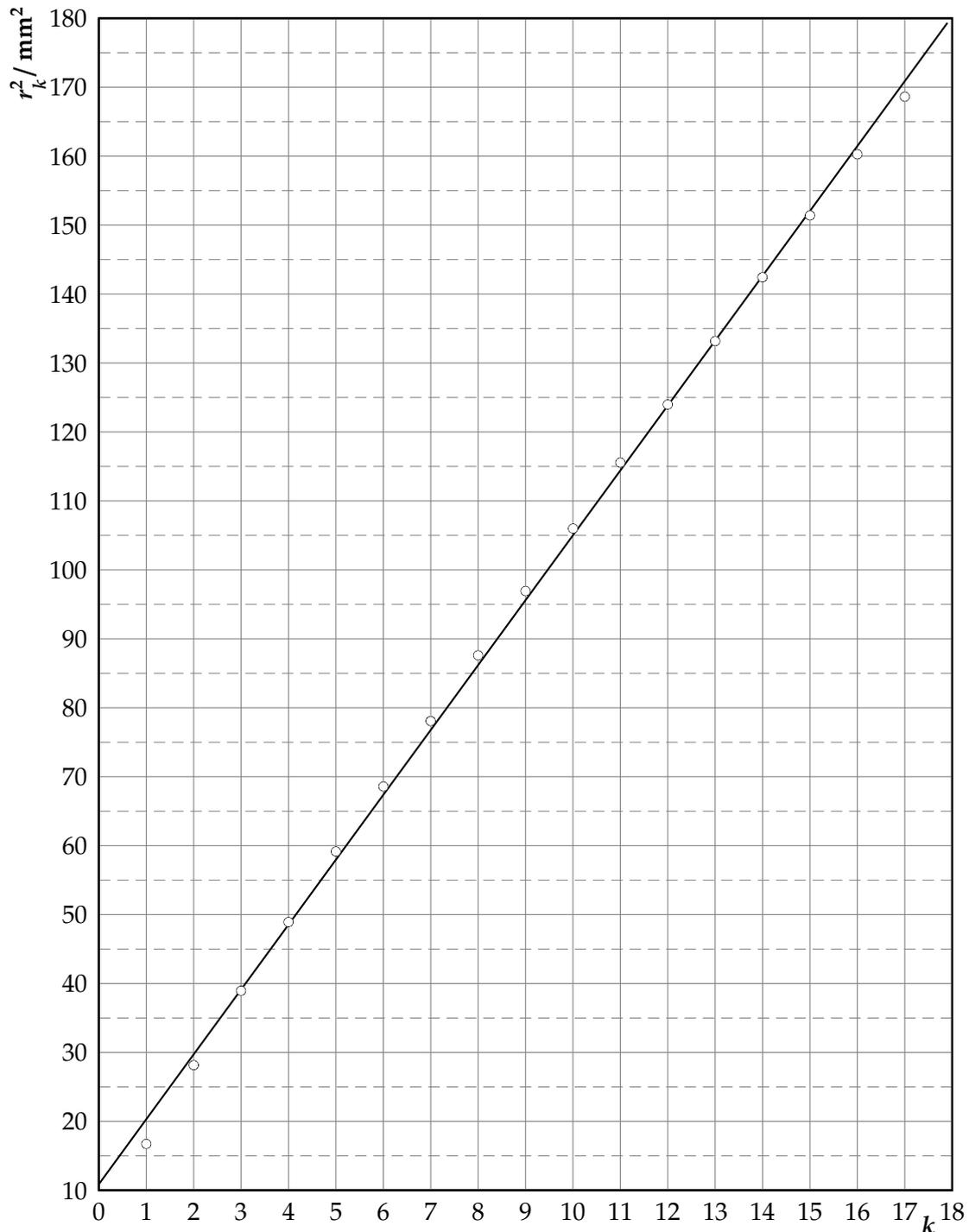


Abbildung 7: $r_k^2(k)$ -Diagramm

r_k^2 wurde über k aufgetragen (Abb. 7), eine lineare Regression vom Typ $y = a + bx$ mit dem Statistikprogramm R durchgeführt und die erhaltene Gerade in das Diagramm mit eingezeichnet. Die lineare Regression ergab die folgenden Werte:

$$\begin{aligned}
 r_0^2 &= a = (10,9 \pm 0,8) \text{ mm}^2 \\
 s &= b = (9,41 \pm 0,07) \text{ mm}^2 \\
 R^2 &= 99,91\%
 \end{aligned}$$

Tabelle 7: Werte der linearen Regression

Mit Gl. (23) konnte dann der Krümmungsradius der Linse R und die Dicke d_s des Staubkorns ermittelt werden. Für die Fehlerabschätzung wurde die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung verwendet.

$$\Delta R = \pm R \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2} \quad (26a)$$

$$\Delta d_s = \pm d_s \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2} \quad (26b)$$

	R/ m	$d_s/ \mu\text{m}$
absolute Fehler	$15,97 \pm 0,12$	$-0,3413 \pm 0,0019$
relativer Fehler	$15,97(1 \pm 0,8\%)$	$-0,3413(1 \pm 0,6\%)$

Tabelle 8: Ergebnisse zu Aufgabe 5

Wie erwartet ist die Dicke des Staubkorns d_s negativ. Im Zentrum ($r_k = 0$) ist bei $d_s = 0$ der geometrische Gangunterschied null, ist $d_s > 0$, so existiert ein geometrischer Gangunterschied und der Interferenzring 0-ter Ordnung hat einen realen Durchmesser. Aus Gl. (22) folgt damit, daß d_s negativ sein muß, da $r_0^2 \in \mathbb{R}$.

Die ermittelten Werte scheinen realistisch zu sein, der Krümmungsradius der Plankonvexlinse sollte groß gegenüber dem Linsendurchmesser sein, damit die Brechung der Strahlen 1 und 2 vernachlässigt werden kann (s. Abb. 4). Die Größenordnung des Staubkorns im Nanometerbereich erscheint auch realistisch. Unerwartet ist der sehr geringe Fehlerbereich von unter einem Prozent, hier wurde eher ein größerer Fehler im Prozentbereich erwartet.

Die aufgetragenen Meßpunkte (Abb. 7) zeigen einen leicht quadratischen Verlauf. Dies könnte auf eine nicht ganz optimale Justage des Experiments hindeuten, insbesondere die Ausrichtung von Fernrohr, Linse, Spiegel und Plankonkavlinse auf eine gemeinsame optische Achse. Da die beiden optischen Bänke nicht miteinander verbunden waren – also lose zusammengestellt wurden –, kann es auch zu Abweichungen kommen, wenn beim Einstellen des Feintriebs versehentlich die optischen Bänke leicht gegeneinander verschoben werden.

6.3 Aufgabe 6

Bis zum dritten Ring war noch ein deutliches Interferenzminimum sichtbar, der Radius r wurden bereits in die Meßwerttabelle eingetragen. Mit Gl. (21) kann der Gangunterschied berechnet werden (für r_k wird der gemessene Radius eingesetzt), der der „Kohärenzlänge“ entsprechen soll.

$$\delta = (1,909 \pm 0,026) \mu\text{m} = 1,909 \mu\text{m}(1 \pm 1,4\%)$$

Die Fehlergrenze wurde dabei als *Maximalfehler* nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung abgeschätzt, da die Messung des Radius nicht als Meßreihe durchgeführt wurde. Dieser kann abgeschätzt werden über:

$$\Delta\delta = \pm \left(\left| \frac{2r}{R} \Delta r \right| + \left| \frac{r^2}{R^2} \Delta R \right| + |2\Delta d_s| \right)$$

Die Werte für ΔR und Δd_s wurden aus der vorherigen Aufgabe verwendet, für Δr wurde die Skalenteilung des Feintriebes von $\frac{1}{100}$ mm verwendet.

Für die Kohärenzlänge von Weißlicht wird in der Literatur ein Wert im Bereich von $1 - 2 \mu\text{m}$ angegeben, der in diesem Versuch auch bestätigt werden kann. Der Versuchsaufbau kann daher für das Problem als angemessen angesehen werden. Der Fehlerbereich liegt hier, im Gegensatz zur vorherigen Aufgabe etwas höher, da der Maximalfehler und nicht der mittlere Fehler des Funktionswertes aufgrund der geringen Datenlage berechnet wurde.

7. Ergebnis

Die Dicke der verwendete Glimmerplatte konnte bestimmt werden zu $d = (77 \pm 6) \mu\text{m} = 77 \mu\text{m} (1 \pm 7,8\%)$. Für die Interferenzordnung des ersten sichtbaren Ringes wurde ein Wert $k_0 = 410 \pm 60 = 410 (1 \pm 14,6\%)$ ermittelt, für den Ring im Zentrum mit der größten Interferenzordnung ein Wert $k_{max} = 410 \pm 40 = 410 (1 \pm 9,8\%)$ und für die kleinste Interferenzordnung des unendlich großen Ringes $k_{min} = 320 \pm 50 = 320 (1 \pm 15,6\%)$. Da die mittlere Brechzahl von Glimmer beim Aufbau nicht notiert worden ist, wurden die Werte für beide angegebenen Brechzahlen bestimmt und anschließend zusammengeführt. Daher ist der angegebene Fehler etwas größer als wenn die Brechzahl bekannt gewesen wäre – jedoch ist der hierdurch hinzugekommene Fehler $< 3\%$ und fällt daher nicht sehr ins Gewicht.

Über den Newton'schen Interferenzversuch konnte der Radius der Plankonvexlinse bestimmt werden zu $R = (15,97 \pm 0,12) \text{m} = 15,97 \text{m} (1 \pm 0,8\%)$ und die Dicke des Staubkorns zwischen Plankonvexlinse und planparalleler Platte zu $d_s = (341,3 \pm 1,9) \text{nm} = 341,3 \text{nm} (1 \pm 0,6\%)$. Bei der Weißlichtinterferenz konnte für die Kohärenzlänge von Weißlicht ein Länge von $\delta = (1,909 \pm 0,026) \mu\text{m} = 1,909 \mu\text{m} (1 \pm 1,4\%)$ ermittelt werden. Dieser Versuch ergibt sehr realistische Werte mit kleinen Fehlerschranken, so daß dieser Aufbau als angemessen für die Problemstellung betrachtet werden kann.

8. Verwendete Geräte

- *Pohl'scher Interferenzversuch*
 - Optische Bank mit Maßstab ($\Delta x = 1 \text{mm}$)
 - Na-Dampf-Lampe ($\lambda = 589,3 \text{nm}$) mit Vorschaltgerät
 - Polarisationsfilter
 - Glimmerplatte (mittlere Brechzahl $n = 1,57$ bzw. $n = 1,61$)
 - Lochblende
 - Projektionswand
 - Maßstab 1 m ($\Delta x = 1 \text{mm}$)
 - Spezialstift
- *Newton'scher Interferenzversuch*
 - 2 optische Bänke mit Maßstab ($\Delta x = 1 \text{mm}$)
 - Na-Dampf-Lampe ($\lambda = 589,3 \text{nm}$) mit Vorschaltgerät
 - Kondensorline ($f = 150 \text{mm}$)
 - halbdurchlässiger Spiegel
 - Kombination aus planparalleler Platte und Plankonvexlinse
 - Feintrieb (1 Spindelumdrehung = 1mm)
 - Fernrohr mit Vorsatzlinse ($f = 300 \text{mm}$)
 - Weißlichtlampe

Literatur

- [Beu96] BEUCK, Otto: Ein Physikpraktikum – Eine Anleitung zum praktischen und theoretischen Umgang mit grundlegenden physikalischen Phänomenen / Institut für Spektrochemie und angewandte Spektroskopie. Dortmund, Mai 1996. – Praktikumsanleitung
- [Dem06] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik*. Bd. 2: *Elektrizität und Optik*. 4. Auflage. Berlin – Heidelberg – New York : Springer, 2006. – ISBN 3–540–33794–6
- [GKV86] GERTHSEN, Christian ; KNESER, H.O. ; VOGEL, Helmut ; VOGEL, Prof. Dr. H. (Hrsg.): *Physik*. 15. neubearbeitete und erweiterte Auflage. Heidelberg – New York – Tokyo : Springer-Verlag Berlin, 1986. – ISBN 3–540–16155–4
- [Kuc94] KUCHLING, Horst: *Taschenbuch der Physik*. 14. Auflage. Leipzig-Köln : Fachbuchverlag, 1994. – ISBN 3–343–00858–3
- [Lin93] LINDNER, Helmut: *Physik für Ingenieure*. 14. Auflage. Leipzig-Köln : Fachbuchverlag, 1993. – ISBN 3–343–00772–2
- [Mey06] MEYER, Dirk: *Physikalisches Praktikum für Studierende der Physik / Ruhr-Universität Bochum*. 4. Auflage. 2006. – Versuchsanleitungen
- [Tip98] TIPLER, Paul A. ; GERLICH, Dieter (Hrsg.) ; JERKE, Götz (Hrsg.): *Physik*. 2. korrigierter Nachdruck der 1. deutschen Auflage von 1994. Heidelberg - Berlin : Spektrum Akademischer Verlag, 1998. – ISBN 3–86025–122–8
- [Wal94] WALCHER, Wilhelm: *Praktikum der Physik*. 7. Auflage. Stuttgart : B.G. Teubner, 1994

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9	09.10.2007	Krä	Versuchsvorbereitung
1.0	10.10.2007	Krä	Versuchsdurchführung
1.1	14.10.2007	Krä	Versuchsauswertung