

C17 – Interferometer

Physikpraktikum

Tobias Krähling
eMail: <Tobias.Kraehling@SemiByte.de>
Homepage: <www.SemiByte.de>

16.09.2007
Version: 1.1

Stichworte: Michelson Interferometer, Interferenz, Interferenz an einer planparallelen und keilförmigen Platte, Kohärenzlänge, Weißlichtinterferenz, Brechzahl
Literatur: [Dem06], [GKV86], [Kuc94], [Lin93], [Tip98], [Mey06], [Beu96]

1. Aufgabenstellung

1. Justieren des Michelson-Interferometers für grünes Hg-Licht.
2. Kalibrierung der Spiegelverschiebung mit grünem Hg-Licht.
3. Justieren des Michelson-Interferometers für Weißlichtinterferenz.
4. Messung der Brechzahl von Glimmer an zwei Glimmerfolien.
5. Messung der Brechzahl von Luft an einem anderen, fertig justierten Aufbau.
6. Zusatzaufgabe: Messung des Spektrums einer Leuchtdiode oder einer Laserdiode.

2. Grundlagen

Die Interferenz ist ein Phänomen, welches durch die Überlagerung von mindestens zwei Wellen beliebiger Art nach dem Superpositionsprinzip (Addition der Amplituden) an einem Raumpunkt zustande kommt. Da dies auch im sichtbaren Bereich von elektromagnetischen Wellen auftritt, zeigt dies die Wellennatur von Licht. Werden zwei harmonische Wellen mit gleicher Frequenz mit einer Phasendifferenz von $2\pi k$ addiert ($k \in \mathbb{Z}$), so verstärkt sich die Gesamtamplitude und man spricht von *konstruktiver* Interferenz. Löschen sich beide Wellen aus, d. h. sie haben eine Phasendifferenz von $2\pi k + \pi$, so nennt man dies *destruktive* Interferenz. Die Muster im Raum, die durch die Interferenz an den einzelnen Raumpunkten entstehen, werden als *Interferenzmuster* bezeichnet, wobei die Stellen mit destruktiver und konstruktiver Interferenz häufig deutlich zu erkennen sind.

Um stabile Interferenzmuster zu erzeugen ist eine Quelle notwendig, die kohärente Wellen erzeugt, d. h. es werden Wellen mit einer zeitlich konstanten Phasendifferenz erzeugt. Bei der Erzeugung von Lichtwellen durch die Emission von Atomen ist Kohärenz gegeben, wenn die Wellen aus einer Punktquelle stammen. Dabei bezeichnet man mit der Kohärenzlänge L die mittlere Länge des von einem einzelnen Atoms ausgesendeten Wellenzuges und ist gegeben durch

$$L = c\tau \quad (1)$$

wobei τ die mittlere Dauer des Emissionsaktes und c die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet. Mit Lasern können, da die Besetzungsinversion durch stimulierte Emission in Licht umgewandelt wird und sich dabei in Phase befinden, weitaus größere Kohärenzlängen erzeugt werden. Da zwei Lichtquellen keine kohärenten Wellen erzeugen können – die emittierenden

Atome in den beiden Quellen stehen in keiner gekoppelten Beziehung zueinander – ist eine weitere Möglichkeit, kohärentes Licht zu erzeugen, die Aufspaltung von Licht einer einzigen Punktquelle in mehrere Strahlengänge. Eine Phasendifferenz $\Delta\varphi$ ergibt sich häufig durch Weglängenunterschiede (Gangunterschied δ) der einzelnen Strahlengänge.

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \quad (2)$$

In der Meßtechnik werden *Interferometer* verwendet, die die Interferenzerscheinungen für die Messung von Längen, Brechzahlunterschiede, Winkel, Wellenlängen oder Phasenverschiebungen mit einer sehr hohen Auflösung nutzen. Beim Michelson-Interferometer (siehe Abb. 1) wird das Licht einer Punktquelle L an einem um 45° geneigten Strahlteiler P in zwei Teilbündel aufgeteilt. Der transmittierte Teilbündel wird am Planspiegel A zurückgeworfen und durch den Strahlteiler um 90° zum Beobachtungspunkt BP abgelenkt. Das reflektierte Teilbündel wird um 90° zum Planspiegel B gelenkt, dort reflektiert und trifft nach Transmission durch den Strahlteiler P auf den Beobachtungspunkt BP . Die Gangunterschiede sind so, als ob das von A kommende Licht von der (virtuellen) Spiegelebene A' kommen würde. Durch Verschiebung von A (bei festem B) verschiebt sich auch A' , dessen örtlicher Abstand von B im Interferenzbild sichtbar wird. Wird A um eine Strecke s in Richtung des Lichtstrahls verschoben, so wandert gleichzeitig das Interferenzbild um $\frac{2s}{\lambda}$ Ringe. Damit beide Strahlengänge die selbe Strecke durch Glas identisch ist und zur Kompensation der Dispersion, wird zwischen dem Strahlteiler P und dem Planspiegel B eine Glasplatte P' mit gleicher Dicke wie P eingebracht, die parallel zu P ausgerichtet ist. Dies ist notwendig, da die Lichtgeschwindigkeit in Glas geringer als in Luft bzw. Vakuum ist ($v = c/n$) und hierdurch bereits ein Gangunterschied zustande kommen würde.

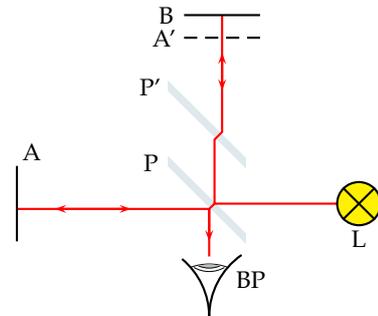


Abbildung 1: Aufbau Michelson-Interferometer

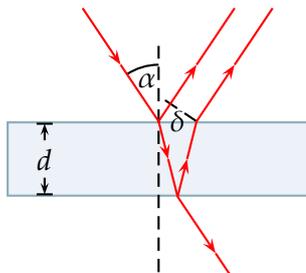


Abbildung 2: Strahlengang planparallele Platte

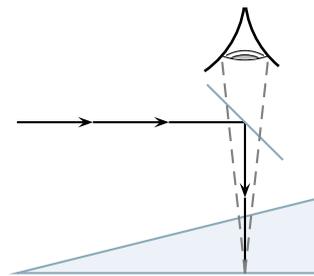


Abbildung 3: Strahlengang am Keil

Licht, daß durch eine planparallele Platte oder dünner Schicht fällt, wird an den Grenzflächen zwischen den beiden Medien jeweils transmittiert und reflektiert. Beim Übergang von einem dünneren zu einem dichteren Medium erfolgt bei der Reflexion ein Phasensprung der Welle um π ($\lambda/2$). Das an der ersten und zweiten Grenzschicht reflektierte Licht überlagern sich mit einem Gangunterschied δ , der sich aus dem Umweg durch das Medium sowie dem Phasensprung zusammensetzt. Fällt das Licht senkrecht auf die Fläche ein, so legt ein Teilstrahl einen zusätzlichen Weg von $2d$ mit einer geringen Geschwindigkeit c/n_m zurück. Damit erhält man für den Gangunterschied für das reflektierte Licht:

$$\delta = 2dn - \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

Für eine Verstärkung muß $\delta = k\lambda$ gelten, für eine Auslöschung $\delta = (k + 1/2)\lambda$ und es folgt

$$\lambda = \frac{4dn}{2k + 1} \quad \text{Verstärkung} \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{2dn}{k} \quad \text{Auslöschung} \quad (5)$$

Trifft das Licht nicht senkrecht auf die Fläche, so muß noch die Brechung für das Teilbündel, der durch das Medium geht, berücksichtigt werden. Mit dem Brechungsgesetz erhält man dann für den Gangunterschied

$$\delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} \quad (6)$$

Das Interferenzbild bei der Reflektion an einer planparallelen Platte sind konzentrische Ringe. Wird die planparallele Platte durch einen Keil ersetzt (siehe Abb. 3), so ist d nicht mehr konstant sondern eine Funktion des Ortes $d(r)$. Gl. 3 und 6 sind demnach ebenfalls Funktion des Ortes und der Gangunterschied der interferierten Strahlen hängt nicht nur vom Einfallswinkel α , sondern auch von der örtlich vorhandenen Dicke $d(r)$ ab. Man spricht von *Interferenzen gleicher Dicke*. Da die Dicke d mit zunehmender Entfernung von der Keilkante zunimmt, erscheint bei monochromatischem Licht ein System heller und dunkler, parallel zu dieser Kante verlaufender Interferenzstreifen.

Wird anstelle von monochromatischem multichromatisches Licht – wie zum Beispiel ein kontinuierliches Spektrum (Weißlicht) – verwendet, tritt zusätzlich der Effekt der Brechungsabhängigkeit von der Wellenlänge auf. Die Brechzahl n ist eine Funktion der Wellenlänge ($n(\lambda)$) und diese nimmt mit zunehmender Wellenlänge ab. Wellenlängen aus Weißlicht, die den Bedingung aus Gl. 4 bzw. 5 genügen, werden entsprechend verstärkt oder ausgelöscht, so daß eine neue Mischfarbe entsteht. Bei größeren Blättchendicke löschen sich *sehr viele* Wellenlängen aus, die Farberscheinung wird *blasser* und *verschwindet* bei großer Plattendicke $d \gg \lambda/2$ ganz, bei *sehr dünnen* Blättchen ($d \ll \lambda/2$) sind ebenfalls keine Farben zu sehen – für die sichtbare Wellenlänge ist kein genügender Gangunterschied für die Farbaufspaltung vorhanden. Dieses Phänomen nennt man daher auch *Farben dünner Schichten*. Bei der *Weißlichtinterferometrie* wird breitbandiges Weißlicht, das eine kurze Kohärenzlänge besitzt, verwendet. Hierdurch muß die Weglänge für Interferenzphänomene in beiden Armen bis auf die Kohärenzlänge – die sich in der Größenordnung der Wellenlänge bewegt - gleich sein. Dies eröffnet die meßtechnische Möglichkeit der sehr empfindlichen Messung von Distanzen und Dispersion.

3. Versuchsbeschreibung

3.1 Aufgabe 1

1. Michelson-Interferometer mit grünem Hg-Licht beleuchten;
2. Beim Blick auf den Strahlenteilerspiegel – senkrecht zur optischen Achse – zwei der drei reflektierenden Bilder über vorsichtiges Drehen der Justierschrauben des Michelson-Spiegels zur Deckung bringen (horizontal und vertikal);
3. treten Interferenzbilder auf, so sind die Spiegel richtig justiert;
 - bei Interferenzringen sind die Spiegel äquivalent zu einer planparallelen Luftplatte ausgerichtet;
 - bei Interferenzstreifen sind die Spiegel äquivalent zu einer keilförmigen Luftplatte ausgerichtet;

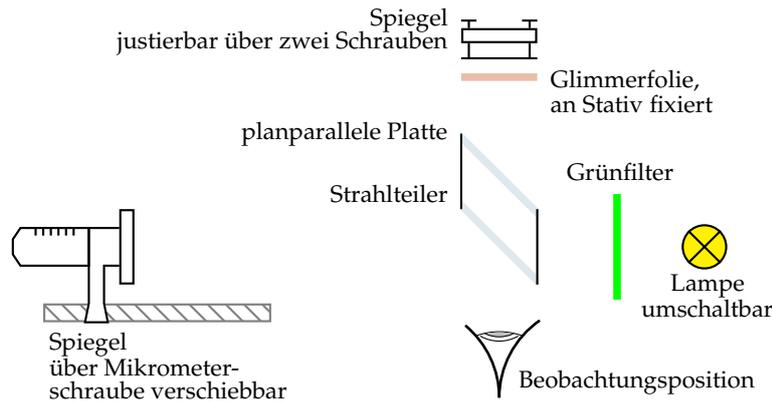


Abbildung 4: Versuchsaufbau für Aufgaben 1 – 4

Anmerkung: Spiegel, Strahlteiler und Grünfilter waren fest zusammen aufgebaut.

3.2 Aufgabe 2

1. Verwendung der Hg-Lampe mit Engbandfilter $\lambda = 546,1 \text{ nm}$;
2. Justage des Michelson-Spiegels für Interferenzringe;
3. Verschiebung Δa der Mikrometerschraube aufnehmen, die ein Vorbeilaufen von 50, 100 und 150 Ringen am Gesichtsfeld hervorruft;
4. Untersetzungsverhältnis über

$$\Delta a = \frac{c}{2} N \frac{\lambda}{n} \quad \Rightarrow \quad \text{für } n_{\text{Luft}} = 1 \quad \Delta a = \frac{c}{2} N \lambda \quad (7)$$

mit N = Anzahl der Ringe und c = Untersetzungsverhältnis bestimmen;

5. Untersetzungsverhältnis mehrfach bestimmen
6. Vergleich mit angegebenen Untersetzungsverhältnis von 5 : 1

3.3 Aufgabe 3

1. Umjustage des Interferometers von Interferenzringen auf Interferenzstreifen;
2. Statt Hg-Lampe nun Glühlampe verwenden
3. Mikrometerschraube drehen, so daß Interferenzstreifen sichtbar werde;
4. Streifen 0-ter Ordnung (einziger achromatischer Streifen) in die Mitte des Gesichtsfeldes bringen;
5. Verfahren zur schnellen Auffindung der Weißlichtinterferenz überlegen;

3.4 Aufgabe 4

1. Glimmerfolie in den Strahlengang vor einen Spiegel einbringen;
2. Weißlichtinterferenz suchen (Verschiebungsrichtung des Spiegels vorher überlegen);
3. Spiegelverschiebung Δa aufnehmen
4. Brechzahl der Folie über über

$$\Delta a_s = d \cdot (n - 1) \quad (8)$$

bestimmen, wobei $\Delta a_s = \Delta a / c$

5. Messung mehrfach durchführen für beide Folien

3.5 Aufgabe 5

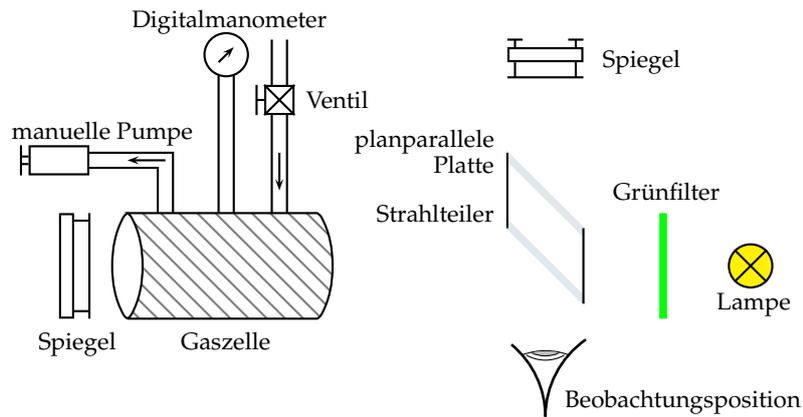


Abbildung 5: Versuchsaufbau für Aufgabe 5

Anmerkung: Anders wie in der Versuchsbeschreibung wurde für die Druckmessung in der Gaszelle ein Digitalmanometer verwendet. Der Unterdruck wurde mittels einer Luftpumpe im Vakuummodus hergestellt.

1. Messung wird an fertig justierten Aufbau vorgekommen (Interferometer auf Interferenzstreifen bei Beleuchtung mit grünem Hg-Licht justiert);
2. Gaszelle evakuieren (Quecksilbersäule des Manometers nicht durchschlagen lassen, Ventil langsam öffnen);
3. Luft so durch das Dosierventil in die Zelle einströmen lassen, daß die Wanderung der Interferenzringe bequem verfolgt werden kann;
4. vorbeilaufende Ringe und Druck aufnehmen (nach jeweils 5 Ringen)
5. mindestens zwei Meßreihen durchführen;
6. Umgebungstemperatur bestimmen;
7. Druck in Abhängigkeit der vorbeilaufenden Ringe in Diagramm einzeichnen und Steigung $\frac{dN}{dp}$ bestimmen;
8. mit Steigung und $p_n = 1,013250 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_n = 273,16 \text{ K}$ die Brechzahl von Luft für Normbedingungen über

$$n_n = \frac{dN}{dp} \frac{\lambda}{2d} T \frac{p_n}{T_n} + 1 \quad (9)$$

bestimmen.

3.6 Zusatzaufgabe 6

- Messung wird an einem weiteren Aufbau mit elektrischem Motor für die Spiegelverschiebung (Versorgungsspannung 10 – 12 V) durchgeführt;
- Interferogramm wird mit Fototransistor mit vorgeschaltetem Achromat zur Fokussierung aufgenommen
- Justage mit Laserpointer als Lichtquelle
 1. zwischen Achromat und Fototransistor eine mit einem Reflexionspisma verbundene Mattscheibe einführen;
 2. bei langsamen Motorlauf kann das Interferenzmuster beobachtet werden;
 3. Spiegel B wird so justiert, daß Interferenzringe auftreten;
- Rechner mit Interface nach ausliegender Anleitung starten;

- Interferogramm des Laserpointers aufnehmen
 1. Reflexionsprisma aus Strahlengang entfernen;
 2. Fototransistor durch Verschiebung justieren, so daß das Spannungssignal am Rechner maximale Amplitude aufweist
 3. Interferenzring nullter Ordnung liegt zw. 25,00 und 25,20 mm der Mikrometerschraube;
 4. Interferogramm aufnehmen, dabei die Drehgeschwindigkeit des Motors bei jeder Messung mit Stoppuhr bestimmen;
- Interferogramm der Leuchtdiode (max. 20 mA) aufnehmen
 - Laserpointer durch Leuchtdiode ersetzen
 - keine weitere Justage des Spiegels *B*
 - Aufnahme des Interferogramms wie beim Laserpointer
- Auswertung
 - Spektrum der entsprechenden Lichtquelle durch Fourier-Rücktransformationen mittels *Origin* ermitteln (Beschreibung liegt am Arbeitsplatz)

4. Meßwerte

4.1 Aufgabe 2

i	a / mm	Δa / mm	N / Anzahl
1	10,895	—	0
2	11,465	0,57	0
3	11,525	0,06	50
4	11,590	0,065	100
5	11,650	0,06	150

i : laufende Nummer
 a : Ablesewert
 Δa : Differenz $a_i - a_{i-1}$
 N : Anzahl der Ringe

Tabelle 1: Meßwerte Aufgabe 2

4.2 Aufgabe 4

i	d / μm	a_1 / mm	a_2 / mm	Δa / mm	a_s / μm
1	76	6,945	7,140	0,195	43,33
2	152	6,945	7,350	0,405	90

i : laufende Nummer
 d : Glimmerfoliendicke in μm
 Δa : Differenz $a_{2,i} - a_{1,i}$ (Abstand der beiden Interferenzmaxima) in mm
 a_1 : Ablesewert Weißlichtinterferenz ohne Folie in mm
 a_2 : Ablesewert Weißlichtinterferenz mit Folie in mm
 Δa_s : korrigierte Differenz $a_{2,i} - a_{1,i}$ um Untersetzungsverhältnis in μm

Tabelle 2: Meßwerte Aufgabe 4

4.3 Aufgabe 5

i	N	p/mbar	$\vartheta/^\circ\text{C}$	i	N	p/mbar	$\vartheta/^\circ\text{C}$	i	N	p/mbar	$\vartheta/^\circ\text{C}$
1	0	101		10	0	70		19	0	118	
2	5	181		11	5	174		20	5	219	
3	10	282		12	10	274		21	10	325	
4	15	383		13	15	378		22	15	433	
5	20	487		14	20	485		23	20	540	
6	25	599		15	25	583		24	25	644	
7	30	698		16	30	687		25	30	745	
8	35	799		17	35	792		26	35	848	
9	40	902	24,4	18	40	897	24,3	27	40	953	24,2

Länge Gasraum: 49,78 mm
(Angabe auf Apparatur)

i : laufende Nummer p : Druck in der Gaszelle in mbar
 N : Anzahl der Ringe ϑ : Temperatur im Raum in $^\circ\text{C}$

Tabelle 3: Meßwerte Aufgabe 5

5. Auswertung

5.1 Aufgabe 2

Der Meßwert $i = 1$ ist offensichtlich falsch abgelesen worden, da die Differenz zum nachfolgenden Wert in Relation zu den anderen bestimmten Werten wesentlich zu hoch liegt. Daher wird $i = 1$ gestrichen und die Anzahl der Ringe bei $i = 2$ auf $N_2 = 0$ gesetzt und von dort mit der Zählung begonnen. Gl. (7) wird nach c umgestellt und wie folgt verwendet

$$c = \frac{2\Delta a}{N\lambda} \quad (10)$$

Hiermit ergeben sich folgende Untersetzungsverhältnisse (mit $\lambda = 546,1 \text{ nm}$):

	$\Delta a/\text{mm}$	N	c
$a_3 - a_2$	0,06	50	4,395
$a_4 - a_2$	0,125	100	4,578
$a_5 - a_2$	0,185	150	4,517
			$\bar{c} = 4,497$

5.1.1 Fehlerbetrachtung

Da aufgrund der fehlenden Zeit nur ein Durchgang der Kalibrierung durchgeführt wurde und keine mehrfachen Meßreihen somit vorhanden sind, wird im Folgenden eine Fehlerabschätzung durchgeführt.

Bei der Ablesung der Mikrometerschraube ist eine Abschätzung der Werte auf 0,005 mm möglich, da zwischen zwei Skalenstrichen des Nonius (0,01 mm) so viel Platz vorhanden ist, so daß der Wert zwischen zwei Skalenstrichen gut auf einen halben Skalenteil abgeschätzt werden kann. Die Zählung der Ringe ist ebenfalls fehlerbehaftet, einerseits ist durch die hohe Empfindlichkeit bereits das Zählen schwierig, andererseits sieht man ggf. durch leichte Blickwinkeländerungen Ringe nicht mehr bzw. zählt diese doppelt. Akkumuliert wird der

Fehler beim Zählen auf etwa 2 Ringe pro 50 gezählten Ringen geschätzt. Somit erhält man $\delta a = \pm 0,0025 \text{ mm}$ und $\delta N = \pm 2 \cdot \frac{N}{50}$.

Für die Fehlerabschätzung wird nun zum min-Wert aus der vorhergehenden Tabelle der min-Wert unter Berücksichtigung der Fehlergrenzen bestimmt, zum max-Wert der entsprechende max-Wert mit Fehlergrenzen.

$$c_{min} = \frac{2(a_3 - a_2) - \delta a}{\lambda N_{32} + \delta N} = 4,050$$

$$c_{max} = \frac{2(a_4 - a_2) + \delta a}{\lambda N_{42} - \delta N} = 4,864$$

$$\Delta c = \max\{|\bar{c} - c_{min}|, |\bar{c} - c_{max}|\} = |\bar{c} - c_{min}| = 0,4$$

$$\frac{\Delta c}{c} = 8,9\%$$

Das Untersetzungsverhältnis beträgt somit $c = 4,5 \pm 0,4 = 4,5 (1 \pm 8,9\%)$.

5.2 Aufgabe 4

Um Gl. (8) zu erhalten, wurde folgende Überlegung angestellt: Der optische Weg, um den der Spiegel verschoben werden muß, ist gleich dem optischen Weg mit der Folie im Strahlengang minus dem optischen Weg ohne Folie. Somit gilt:

$$D_1 = D_2 - D_3 \text{ mit } D_1 = \Delta a_s n_l, D_2 = d n_m, D_3 = d n_l \quad (11)$$

und es folgt mit $n_l = c_v c_l^{-1}$ und $n_m = c_v c_m^{-1}$

$$\Delta a_s n_l = d n_m - d n_l \vee \Delta a_s c_l^{-1} = d c_m^{-1} - d c_l^{-1} \Rightarrow \Delta a_s = d \left(\frac{c_l}{c_m} - 1 \right) \quad (12)$$

und mit $c_l = c_v$ sowie $c_v = c_m n$ folgt Gl. (8): $\Delta a_s = d(n - 1)$.

Hierbei sind c_l : Lichtgeschwindigkeit in Luft, c_m : Lichtgeschwindigkeit im Medium, d : Dicke der Folie und Δa_s : die Spiegelverschiebung. Die abgelesene Spiegelverschiebung über die Mikrometerschraube muß noch um das Untersetzungsverhältnis, bestimmt in Aufgabe 2, korrigiert werden. Diese korrigierten Werte $\Delta a_s = \Delta a c^{-1}$ sind bereits in die Tabelle 2 eingetragen.

Der Brechwert kann nun über $n = \Delta a_s d^{-1} + 1$ bestimmt werden und man erhält:

$$\begin{aligned} n(d = 76 \mu\text{m}) &= 1,57 \\ n(d = 152 \mu\text{m}) &= 1,59 \end{aligned} \Rightarrow \bar{n} = 1,58$$

5.2.1 Fehlerbetrachtung

Auch hier kann, aufgrund der aus Zeitmangel nicht erstellten Meßreihen, keine Fehlerrechnung durchgeführt werden – eine Fehlerabschätzung folgt.

δa wird wieder auf $\pm 0,0025 \text{ mm}$ gesetzt (siehe Ausführungen in Abschnitt 5.1.1), für das Auffinden der Weißlichtinterferenz 0-ter Ordnung wird ebenfalls ein Fehler, durch Blickwinkeländerungen usw. von $\pm 0,0025 \text{ mm}$ geschätzt. Somit erhält man $\delta a_k = \pm 0,005 \text{ mm}$ und mit dem Untersetzungsverhältnis (und dessen Fehler) $\delta a_s = \pm [(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3} \text{ mm}]$. Durch die

Angabe der Dicke wird hierfür ein Fehler von $\delta d = \pm 1 \mu\text{m}$ veranschlagt. Die Abschätzung erfolgt nun über Min-Max-Bestimmung:

$$n_{\min} = \frac{\Delta a_s(d = 76 \mu\text{m}) - \delta a_s^{\max}}{d + \delta d} + 1 = \frac{43,3 \mu\text{m} - 1,2 \mu\text{m}}{76 \mu\text{m} + 1 \mu\text{m}} + 1 = 1,55$$

$$n_{\max} = \frac{\Delta a_s(d = 152 \mu\text{m}) + \delta a_s^{\max}}{d - \delta d} + 1 = \frac{90 \mu\text{m} + 1,2 \mu\text{m}}{152 \mu\text{m} - 1 \mu\text{m}} + 1 = 1,60$$

$$\Delta n = \max \{|\bar{n} - n_{\min}|, |\bar{n} - n_{\max}|\} = 0,03$$

$$\frac{\Delta n}{n} = 2\%$$

Die Brechzahl von Glimmer beträgt somit $n = 1,58 \pm 0,03 = 1,58 (1 \pm 2\%)$.

5.3 Aufgabe 5

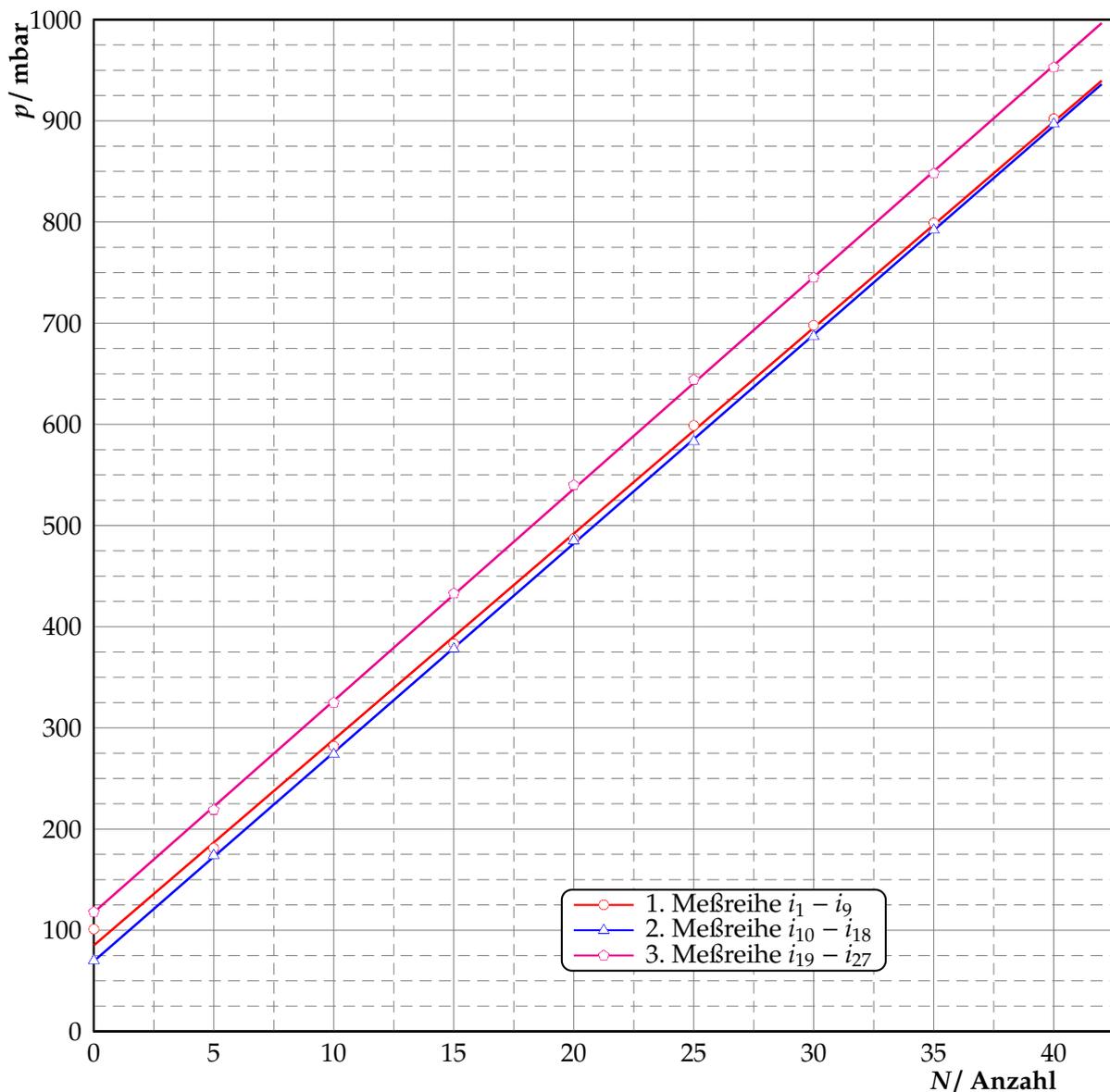


Abbildung 6: $p(N)$ -Diagramm

Bei dieser Aufgabe soll die Brechzahl von Luft bestimmt werden. Die hierfür zu verwendene Gl. (9), um die Brechzahl über die Steigung eines $N(p)$ -Diagramms zu ermitteln, läßt sich wie folgt herleiten:

Aus Gl. (8) und $2\Delta a_s = N\lambda$ erhält man

$$\Delta a_s = d(n-1) \Rightarrow 2\Delta a_s = 2d(n-1) \Rightarrow N\lambda = 2d(n-1) \quad (13)$$

Mittels Differentiation erhält man

$$\frac{dN}{dp} \lambda = 2d \frac{dn}{dp} \quad (14)$$

Für Normalbedingungen gilt $(n-1) \frac{p_n}{T_n} = (n_n-1) \frac{p}{T}$ und Differentiation $\frac{d}{dp}$ liefert:

$$\frac{dn}{dp} \frac{p_n}{T_n} = (n_n-1) \frac{1}{T} \quad (15)$$

Bei konstantem Volumen kann (15) in (14) eingesetzt werden und man erhält

$$\frac{dN}{dp} \lambda = 2d \frac{n_n-1}{T} \frac{T_n}{p_n} \quad (16)$$

oder Gl. (9)

$$n_n = \frac{dN}{dp} \frac{\lambda}{2d} T \frac{p_n}{T_n} + 1 \quad (9)$$

Es sollte ein $p(N)$ -Diagramm gezeichnet werden (da beim Versuch zu festen N -Werten der Druck abgelesen werden sollte). Die Steigung der Geraden entspricht dann $\frac{dp}{dN}$.

Die lineare Regression vom Typ $y = a + bx$ wurde für alle drei Meßreihen mittels dem Statistikprogramm R durchgeführt. Hierdurch wurden folgende Werte ermittelt (die Fehlergrenzen werden von R simultan ermittelt):

Meßreihe	a / mbar	b / mbar/Anzahl	R^2 /%
1	85 ± 5	$20,35 \pm 0,21$	99,93
2	$69,4 \pm 1,2$	$20,64 \pm 0,05$	99,998
3	$117,6 \pm 1,6$	$20,93 \pm 0,06$	99,996

Unter Annahme von $\lambda = 546,1$ nm für den Grünfilter, $\frac{1}{b} = \frac{dN}{dp}$ sowie der gemessenen Temperatur, jeweils nach Ende einer Meßreihe erhält man für den Brechwert von Luft bei Normbedingungen:

Meßreihe	n_n	
1	1,0002975	$p_n = 1,013250 \cdot 10^5$ Pa = 1,013250 bar $T_n = 273,16$ K $T = \vartheta + 273,16$ K
2	1,0002932	
3	1,0002891	
$\bar{n}_n = 1,0002933$		

5.3.1 Fehlerbetrachtung

Durch die lineare Regression sind bereits die statistischen Fehler der Ringzählung und Druckmessung berücksichtigt, so daß diese nicht mehr gesondert betrachtet werden müssen¹. Der

¹Der hohe Korrelationskoeffizient R^2 zeigt bereits, daß beide Werte sehr präzise bestimmt werden konnten.

Fehler der Temperaturmessung entspricht der Skalenteilung des Flüssigkeitsthermometers, d. h. $\Delta\vartheta = 0,1^\circ\text{C} = 0,1\text{ K}$. Wellenlänge des Grünfilters und Länge des Gasraums waren angegeben, die geschätzten Fehler dieser Werte werden, da nicht angegeben, aus den Angabegenauigkeit entnommen, d. h.

$$\Delta\lambda = 0,1\text{ nm} \quad ; \quad \Delta d = 0,01\text{ mm}$$

Normdruck und -temperatur sind per Definition festgelegt und werden daher als exakt angesehen. Für die Abschätzung des Fehlers wird der Maximalfehler nach dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz bestimmt. Hierzu wird aus den einzelnen Fehlern nicht das Quadrat und über die Summe die Wurzel gezogen, sondern die Fehlertermbeträge addiert. Dies erfolgt über

$$\Delta n_n = \pm \left(\left| \frac{\partial n_n}{\partial b} \Delta b \right| + \left| \frac{\partial n_n}{\partial \lambda} \Delta \lambda \right| + \left| \frac{\partial n_n}{\partial d} \Delta d \right| + \left| \frac{\partial n_n}{\partial T} \Delta T \right| \right) = \pm n_n \cdot \left[\left| \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right| + \left| \frac{\Delta d}{d} \right| + \left| \frac{\Delta T}{T} \right| \right]$$

Meßreihe	Δn_n
1	0,01104
2	0,00314
3	0,00359
$\bar{\Delta n}_n = 0,00592$	

$\Rightarrow \bar{n}_n = 1,0003 \pm 0,0059 = 1,0003 (1 \pm 0,6\%)$

Anmerkung: Hier wurde absichtlich von der üblichen Angabe der Anzahl der signifikanten Stellen abgewichen, da ein Brechwert von Luft erwartet wird, der größer als die des Vakuums ist.

5.4 Zusatzaufgabe 6

Diese Aufgabe wurde wegen des großen Zeitbedarfs nicht durchgeführt. Das aufzunehmende Interferogramm sollte mittels Fourier-Rücktransformation in ein Spektrum zerlegt werden. Bei der Fourieranalyse wird ein beliebiges periodisches Signal in eine Summe von Sinus- und Cosinusfunktionen zerlegt, somit erhält man aus dem Signal seine Frequenzteile. Dies wurde 1822 von J. B. Fourier in seiner »Theorie analytique de la chaleur« gezeigt. Sei $\Psi(t)$ ein Signal beliebiger Form mit Periode T , es gilt also $\Psi(t + T) = \Psi(t)$. Grund- und Oberschwingungen dieses Signals werden als Fourierkomponenten bezeichnet. Die den Vorgang beschreibende Fourierreihe lautet dann

$$\Psi(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \right] \quad (17)$$

oder, in der Spektralen Darstellung als Cosinus-Reihe

$$\Psi(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t + \varphi_n\right) \quad (18)$$

mit $\alpha_0 = a_0$, $\alpha_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ für $n > 0$. Amplituden a_n , b_n und Phasenlage φ_n bestimmen eindeutig den Gesamtvorgang. Die Reihe kann auch komplex geschrieben werden, hier muß dann jedoch von $-\infty$ bis $+\infty$ summiert werden, da jeder Cosinus auch Glieder mit negativen Exponent liefert.

$$\Psi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{ikt \frac{2\pi}{T}} \quad (19)$$

Bei der Meßwertaufnahme durch EDV gelangt man zwangsläufig zu diskreten Signalen, da die Daten aus kontinuierlichen Informationsquellen mit einer Abtastrate gelesen und digitalisiert

werden. Hier wird dann die Diskrete Fourier-Transformation verwendet (DFT), wofür ein schneller Algorithmus, der FFT (Fast-Fourier-Transformation) mit den Varianten Winograd-Algorithmus, Primfaktor-Algorithmus, Radix-2-Algorithmus u. a. zur Verfügung steht, die effizient in der Anzahl der Operation wie auch im Speicherverbrauch sind.

6. Ergebnis

Insbesondere bei den Aufgaben 1 – 4 gestaltete sich die rekonstruierbare Einstellung als schwierig, die Sichtbarkeit und Zählung von Interferenzmustererscheinungen hängt sehr stark von der Blickrichtung ab, kleinste Änderungen an der Blickposition des Beobachters verändern das sichtbare Interferenzbild stark. Zusätzlich müssen die erhaltenen Werte in der Form kritisch gesehen werden, da die Datenlage aufgrund der mangelnden Zeit sehr dürftig ist. Daher wurde auf eine Fehlerrechnung verzichtet und eine Abschätzung des minimalen und maximalen Fehlers anhand der Fehlergrenzen durchgeführt, ohne bei den Gleichungen akkumulierende Effekte zu berücksichtigen. Nur bei Aufgabe 5 wurden diese durch einen Maximalfehler nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung teilweise berücksichtigt.

Für das Untersetzungsverhältnis wurde ein Wert von $4,5 \pm 0,4 = 4,5 (1 \pm 8,9\%)$ ermittelt und liegt leicht unterhalb dem angegebenen Wert von 5. Für die Brechzahl von Glimmer konnte ein Wert von $n = 1,58 \pm 0,03 = 1,58 (1 \pm 2\%)$ ermittelt werden und liegt innerhalb des Literaturwertes von 1,59 – 1,61. Die Brechzahl von Luft konnte zu $n = 1,0003 \pm 0,0059$ bestimmt werden und liegt innerhalb des Literaturwertes von 1,000292 (für $\lambda = 589 \text{ nm}$). Der relativ große Fehler – im Bezug auf die Differenz zum Brechwert im Vakuum – zeigt, daß das Verfahren für die genaue Bestimmung der Brechzahl von Luft zu ungenau ist und Verbesserungen notwendig sind.

7. verwendete Geräte

- 2 Michelson-Interferometer, einer mit Gasraum, Pumpe und Ventil
- Grünfilter
- Hg-Spektral- und Glühlampe
- Glimmerfolien
- Digitalmanometer 0 ... 1300 mbar, $\Delta p = 1 \text{ mbar}$
- Flüssigkeitsthermometer $-10^\circ\text{C} - +50^\circ\text{C}$, $\Delta \vartheta = 0,1^\circ\text{C}$

Literatur

- [Beu96] BEUCK, Otto: Ein Physikpraktikum – Eine Anleitung zum praktischen und theoretischen Umgang mit grundlegenden physikalischen Phänomenen / Institut für Spektrochemie und angewandte Spektroskopie. Dortmund, Mai 1996. – Praktikumsanleitung
- [Dem06] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik*. Bd. 2: *Elektrizität und Optik*. 4. Auflage. Berlin – Heidelberg – New York : Springer, 2006. – ISBN 3–540–33794–6
- [GKV86] GERTHSEN, Christian ; KNESER, H.O. ; VOGEL, Helmut ; VOGEL, Prof. Dr. H. (Hrsg.): *Physik*. 15. neubearbeitete und erweiterte Auflage. Heidelberg – New York – Tokyo : Springer-Verlag Berlin, 1986. – ISBN 3–540–16155–4
- [Kuc94] KUCHLING, Horst: *Taschenbuch der Physik*. 14. Auflage. Leipzig-Köln : Fachbuchverlag, 1994. – ISBN 3–343–00858–3

- [Lin93] LINDNER, Helmut: *Physik für Ingenieure*. 14. Auflage. Leipzig-Köln : Fachbuchverlag, 1993. – ISBN 3-343-00772-2
- [Mey06] MEYER, Dirk: *Physikalisches Praktikum für Studierende der Physik / Ruhr-Universität Bochum*. 4. Auflage. 2006. – Versuchsanleitungen
- [Tip98] TIPLER, Paul A. ; GERLICH, Dieter (Hrsg.) ; JERKE, Götz (Hrsg.): *Physik*. 2. korrigierter Nachdruck der 1. deutschen Auflage von 1994. Heidelberg - Berlin : Spektrum Akademischer Verlag, 1998. – ISBN 3-86025-122-8

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9	11.09.2007	Krä	Versuchsvorbereitung
1.0	14.09.2007	Krä	Versuchsdurchführung
1.1	16.09.2007	Krä	Versuchsauswertung