



Insbesondere bedeutet dies, daß ein *schwarzer Körper* auch den größten Emissionsgrad ( $\epsilon = 1$ ) besitzt.

Der von einem beliebigen Körper ausgehende Strahlungsfluß ist mit dem Strahlungsfluß eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur verknüpft über

$$\Phi(T) = \epsilon(\lambda, T)\Phi_s(T) \quad (6)$$

bzw. mit der spektralen Strahldichte im Bereich  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$ :

$$L_\lambda(T) d\lambda = \alpha(\lambda, T)L_{\lambda s}(T) d\lambda \quad (7)$$

Die in der Zeit  $dt$  senkrecht vom Flächenelement  $dA_s$  in den Raumwinkel  $d\Omega$  abgestrahlte Energie des Spektralbereichs  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  beträgt:

$$dE = L_\lambda(T) d\lambda dA_s d\Omega dt \quad (8)$$

Einen schwarzen Körper kann experimentell in guter Näherung durch einen Hohlraum mit absorbierenden Wänden und einer kleinen Öffnung realisiert werden (Fläche der Öffnung  $\ll$  Innenfläche des Hohlraums). Für die unpolarisierte Schwarzkörperstrahlung gilt das Planck'sche Strahlungsgesetz:

$$L_{\lambda s}(T) d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (9)$$

Die Lage des Maximums kann aus 9 über übliche Wege bestimmt werden. Man erhält das Verschiebungsgesetz von Wien:

$$\lambda_{max} = bT^{-1} \quad (10)$$

mit  $b = 2,896 \cdot 10^{-3}$  m K (Wien-Konstante) und  $\lambda_{max}$  als Wellenlänge des Strahlungsmaximums. Mit Hilfe des Lambert'sche Cosinus-Gesetzes läßt sich über die emittierte spektrale spezifische Ausstrahlung des äußeren Halbraum ( $M_{\lambda s}(T) d\lambda$ ) das Stefan-Boltzmann Gesetz

$$M_s(T) = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4 \quad \text{bzw.} \quad (11)$$

$$\Phi = \sigma \epsilon A T^4 \quad (12)$$

mit  $\sigma = (5,670 \pm 0,001) \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  (Stefan-Boltzmann-Konstante) herleiten ( $A$  strahlende Oberfläche des Körpers).

### 3. Versuchsaufbauten und -durchführung

#### 3.1 Aufgabe 1

1. Palladiumstreifen ( $b = 3 \text{ mm}$ ,  $d = 20 \text{ }\mu\text{m}$ ) in die Haltung einsetzen und mit Netzgerät heizen
2. Glühdraht des Pyrometers auf  $800 \text{ }^\circ\text{C}$  einstellen
3. Leuchtdichte des Palladiumstreifen durch Regulierung des Heizstroms an die des Glühdrahts angleichen
4. bei konstanter Heizleistung Pyrometer 10 mal abgleichen
5. Glühdraht auf  $1200 \text{ }^\circ\text{C}$  einstellen und Punkt 3. und 4. nochmals durchführen
6. Reproduzierbarkeit durch Bestimmung der Standardabweichungen bestimmen

### 3.2 Aufgabe 2

1. Beginnend bei 1350 °C wird die Temperatureinstellung des Pyrometers in 5 °C-Schritten erhöht und das Blech auf die gleiche Leuchtdichte gebracht (bis es schmilzt)
2. Bestimmung der »schwarzen Temperatur« ( $T_s$ ) des Schmelzpunktes
3. Punkt 1. und 2. werden 4 mal durchgeführt (es stehen 4 Streifen zur Verfügung)
4. Schmelztemperatur berechnen und Fehlerrechnung durchführen

### 3.3 Aufgabe 3

1. Pyrometer und horizontal liegende Lampenwendel so anordnen, daß schräg zur Achse die Innenwand der Wendel anvisiert werden kann (so daß deren Strahlung als praktisch »schwarz« angesehen werden kann);
2. Graufilter (da die Temperatur der Niedervoltlampe den Meßbereich des Pyrometers übersteigt) und Sammellinse in den Strahlengang einfügen (zur Vergrößerung des Wendelbildes);
3. Temperatur der Lampenwendel mehrfach ermitteln
4. Reale Temperatur durch Berücksichtigung des Graufilters und der Strahlungsverluste von je 10% für Durchgang Linse und Glaswand der Wolframlampe; Fehlerrechnung

### 3.4 Aufgabe 4

1. Kühlwasser für die Lochblende und mV-Meter einschalten;
2. Abstand zw. Ofenöffnung und Thermosäule auf ca. 0,5 m einstellen;
3. Ofenspannung einstellen;
4. ca. alle halbe Stunde wird die Temperatur des Ofens und die Strahlungsleistung bestimmt und die Temperatur des Ofens anschließend erhöht (bis Ofentemperatur ca. 450 °C);
5. Strahlungsleistung in mV gegen  $T^4$  auftragen, Ausgleichsgerade einzeichnen und über die Steigung die Stefan-Boltzmann-Konstante bestimmen;
6. Wellenlänge des Strahlungsmaximums für  $T = 300$  K ermitteln;

**Hinweis:** Dieser Versuch sollte parallel zu den anderen 3 durchgeführt werden, da die Temperaturänderung des Ofens längere Zeit benötigt.

## 4. Meßwerte

### 4.1 Aufgabe 1

$i$	$\vartheta_1 / ^\circ\text{C}$	$\vartheta_2 / ^\circ\text{C}$
1	805	1199
2	800	1199
3	800	1195
4	800	1200
5	795	1195
6	795	1200
7	795	1195
8	800	1195
9	800	1195
10	795	1195

#### angegebene Streifenabmessungen

$$d = 20 \mu\text{m} \qquad b = 3 \text{ mm}$$

$i$  : laufende Nummer

$b$  : Streifenbreite (angegeben)

$d$  : Streifendicke (angegeben)

$\vartheta_1$  : angezeigte Temperatur bei  $\vartheta = 800 ^\circ\text{C}$

$\vartheta_2$  : angezeigte Temperatur bei  $\vartheta = 1200 ^\circ\text{C}$

**Tabelle 1:** Meßwerte Aufgabe 1

### 4.2 Aufgabe 2

$i$	$\vartheta_S / ^\circ\text{C}$	$T_S / \text{K}$
1	1395	1668
2	1385	1658
3	1380	1653
4	1385	1658

#### feste Angaben

$$R = 0,67 \qquad \lambda = 654 \text{ nm}$$

$i$  : laufende Nummer

$\vartheta_S$  : „schwarze Temperatur“ in  $^\circ\text{C}$

$T_S$  : „schwarze Temperatur“ in K

$R$  : Reflexionsvermögen

$\lambda$  : Rotfilterwellenlänge

**Tabelle 2:** Meßwerte Aufgabe 2

### 4.3 Aufgabe 3

$i$	$\vartheta_S / ^\circ\text{C}$	$T_S / \text{K}$	$D_F$
1	1125	1398	$7,4 \cdot 10^{-4}$
2	1130	1403	$7,4 \cdot 10^{-4}$
3	1125	1398	$7,4 \cdot 10^{-4}$
4	1130	1403	$7,4 \cdot 10^{-4}$

$i$  : laufende Nummer

$\vartheta_S$  : „schwarze Temperatur“ in  $^\circ\text{C}$

$T_S$  : „schwarze Temperatur“ in K

$D_F$  : Durchlässigkeit des Graufilters

**Tabelle 3:** Meßwerte Aufgabe 3

#### 4.4 Aufgabe 3

$i$	$\vartheta / ^\circ\text{C}$	$U / \text{mV}$	$T / \text{K}$	$T^4 / 10^{10} \text{K}^4$
1	155	0,06	428	3,36
2	165	0,07	438	3,68
3	175	0,08	448	4,03
4	185	0,085	458	4,40
5	195	0,095	468	4,80
6	205	0,105	478	5,22
7	215	0,12	488	5,67
8	225	0,13	498	6,15
9	240	0,15	513	6,93
10	255	0,17	528	7,77
11	270	0,19	543	8,69
12	285	0,21	558	9,69
13	300	0,24	573	10,78
14	315	0,265	588	11,95
15	330	0,29	603	13,22
16	345	0,32	618	14,59
17	360	0,35	633	16,06
18	375	0,385	648	17,63
19	390	0,42	663	19,32
20	405	0,465	678	21,13
21	420	0,505	693	23,06
22	435	0,55	708	25,13
23	450	0,60	723	27,32

#### feste Angaben

$$r = 0,5 \text{ m} \quad \Phi_T = 22(1 \pm 5\%) \text{ mV/mW}$$

$$d_{SE} = 20 \text{ mm} \quad A_E = 2 \cdot 2 \text{ mm}^2$$

$i$  : laufende Nummer  
 $\vartheta, T$  : Temperatur des Ofens  
 $U$  : Strahlungsleistung  
 $r$  : Abstand Ofenöffnung – Thermosäule  
 $\Phi_T$  : Empfindlichkeit der Thermosäule  
 $d_{SE}$  : Durchmesser des Strahlungssenders-  
 öffnung  
 $A_E$  : Fläche des Empfangsmoduls

Tabelle 4: Meßwerte Aufgabe 4

## 5. Auswertung

### 5.1 Aufgabe 1

Für den Mittelwert erhält man  $\bar{\vartheta}_1 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \vartheta_{1,i} = 798,5^\circ\text{C}$  und  $\bar{\vartheta}_2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \vartheta_{2,i} = 1196,8^\circ\text{C}$ .  
 Die Standardabweichung läßt sich bestimmen über  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$  und man erhält  $\sigma_1 = 3^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T_1 = 3 \text{ K}$  sowie  $\sigma_2 = 2^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T_2 = 2 \text{ K}$  – die Standardabweichung entspricht dabei der Einstellgenauigkeit des Pyrometers.

### 5.2 Aufgabe 2

Gl. (9) vereinfacht sich für hinreichend tiefe Temperaturen und kleinen Wellenlängen ( $\lambda T \ll hc^{-1}$ ) zu:

$$L_{\lambda s} \cdot d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \exp\left\{-\frac{hc}{\lambda kt}\right\} d\lambda \quad (13)$$

Mit Gl. (7) und  $\alpha = 1 - R$  kann der Zusammenhang

$$\begin{aligned} \frac{2hc^2}{\lambda^5} \exp\left\{-\frac{hc}{\lambda kt}\right\} &= \alpha \frac{2hc^2}{\lambda^5} \exp\left\{-\frac{hc}{\lambda kt}\right\} \\ \Rightarrow T &= \left[\frac{1}{T_S} + \frac{\lambda k}{hc} \ln(\alpha)\right]^{-1} \end{aligned} \quad (14)$$

für die wahre Temperatur  $T$  des Körpers abgeleitet werden.

Der Mittelwert über alle gemessenen Temperaturen und Fehlerbereich liefert:

$$\begin{aligned} \overline{T_S} &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 T_{S_i} = 1659 \text{ K} \\ \Delta \overline{T_S} &= \max_{i=1..4} \{|T_{S_i} - \overline{T_S}|\} = 8 \text{ K} \end{aligned}$$

Da hier die Anzahl der Messungen gering ist, wurde der Maximalfehler für den Fehlerbereich verwendet. Mit diesem Mittelwert läßt sich nun die wahre Temperatur nach Gl. (14) und der mittlere Fehler nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung bestimmen zu:

$$\begin{aligned} T &= 1810 \text{ K} \\ \Delta T &= \pm \sqrt{\left[\frac{\partial T}{\partial \overline{T_S}} \Delta \overline{T_S}\right]^2} = \pm \left[\frac{1}{\overline{T_S}} + \frac{\lambda k}{hc} \ln(\alpha)\right]^{-2} \frac{1}{\overline{T_S}^2} \Delta \overline{T_S} = 10 \text{ K} \end{aligned}$$

### 5.3 Aufgabe 3

Der Mittelwert über alle gemessenen Temperaturen und Fehlerbereich liefert:

$$\begin{aligned} \overline{T_S} &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 T_{S_i} = 1400,5 \text{ K} \\ \Delta \overline{T_S} &= \max_{i=1..4} \{|T_{S_i} - \overline{T_S}|\} = 3 \text{ K} \end{aligned}$$

Mit dem Mittelwert läßt sich nun die wahre Temperatur mit Gl. (14) berechnen. Das  $\alpha$  läßt sich über den Graufilter  $D_F$  und Strahlungsverluste von je 10% für Linsen- und Glasdurchgang berechnen über

$$\alpha = \left[1 - \left[\left(1 - \frac{1}{10}\right) \frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right]\right] D_F$$

Die Temperatur und Fehler (nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung) ergibt sich dann zu:

$$\begin{aligned} T &= 2656 \text{ K} \\ \Delta T &= \pm \sqrt{\left[\frac{\partial T}{\partial \overline{T_S}} \Delta \overline{T_S}\right]^2} = \pm \left[\frac{1}{\overline{T_S}} + \frac{\lambda k}{hc} \ln(\alpha)\right]^{-2} \frac{1}{\overline{T_S}^2} \Delta \overline{T_S} = \pm 11 \text{ K} \end{aligned}$$

### 5.4 Aufgabe 4

Aus der Empfindlichkeit der Thermosäule und der gemessenen Spannung kann der Strahlungsfluß bestimmt werden über

$$\Phi_e = \frac{U}{\Phi_T} \quad (15)$$

Die Strahldichte  $L_e$  ist definiert als je Raumwinkel und Strahlerfläche abgestrahlte Leistung:

$$L_e = \frac{d^2\Phi_e}{d\Omega dA_S} \quad (16)$$

Mit dem Raumwinkel  $d\Omega = \cos\varphi dA r^{-2}$  erhält man:

$$L = \frac{r^2 d^2\Phi_e}{\cos\varphi_S dA_S \cos\varphi_E dA_E} = \frac{r^2\Phi_e}{A_S A_E \cos\varphi_S \cos\varphi_E} \quad (17)$$

Mit  $M_S = \sigma T^4 = L\pi$  ergibt sich durch einsetzen und umstellen:

$$\sigma = \frac{\Phi_e}{T^4} \frac{\pi r^2}{A_S A_E \cos\varphi_S \cos\varphi_E} \quad (18)$$

Bei senkrechter Ein- und Ausstrahlung folgt  $\cos\varphi_S = \cos\varphi_E = 1$ , so daß

$$\sigma = \frac{\Phi_e}{T^4} \frac{\pi r^2}{A_S A_E} \quad (19)$$

Trägt man  $U$  gegen  $T^4$  auf, so kann  $\sigma$  über die Steigung bestimmt werden ( $U = a + bT^4; a \neq 0$ ):

$$\sigma = \frac{b\pi r^2}{\Phi_T A_S A_E} \quad (20)$$

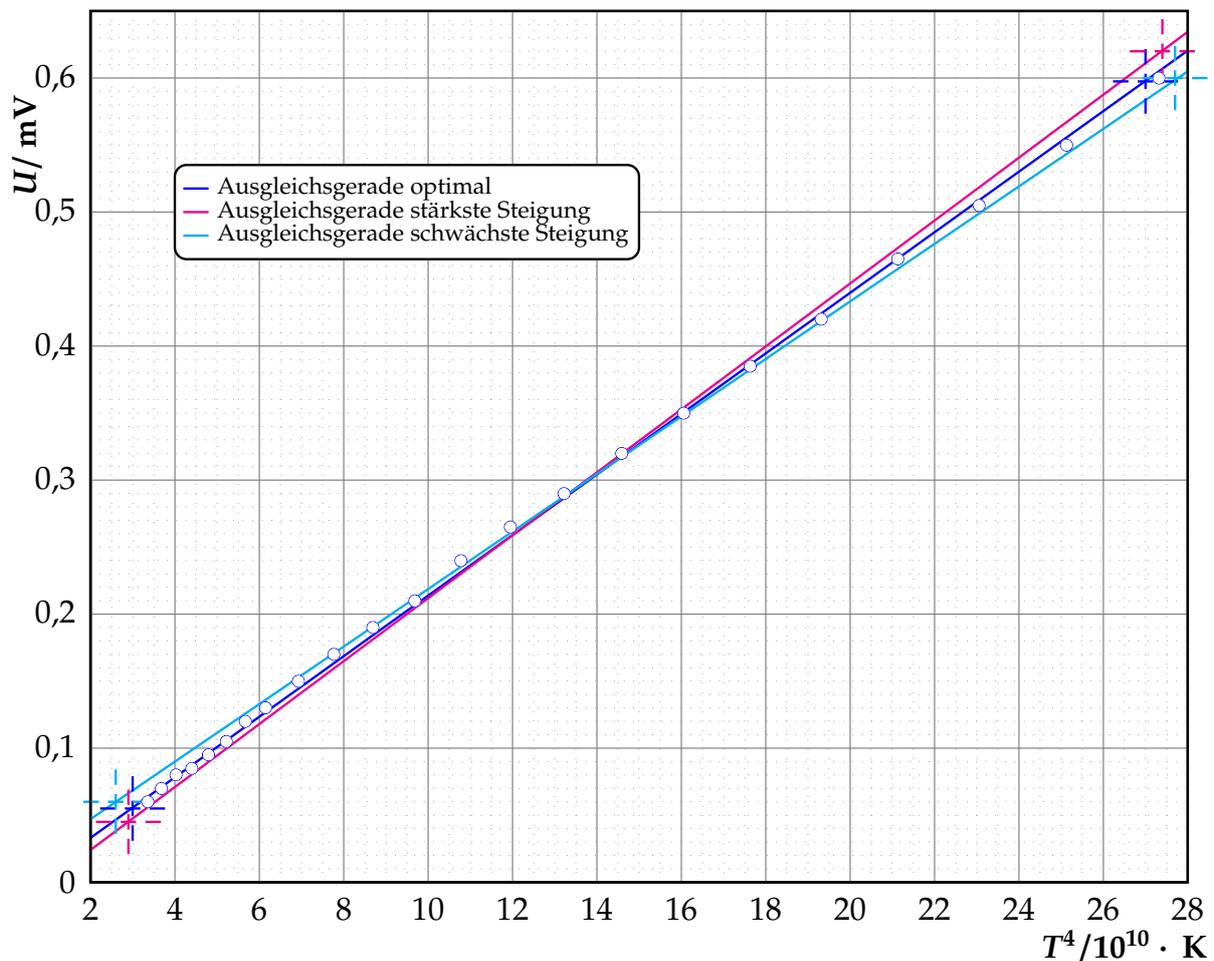


Abbildung 1:  $U(T^4)$ -Diagramm

Ausgleichsgerade	$x_1 / \text{K}^4$	$x_2 / \text{K}^4$	$y_1 / \text{mV}$	$y_2 / \text{mV}$	$b / \text{mVK}^{-4}$
1	$3,0 \cdot 10^{10}$	$27,0 \cdot 10^{10}$	0,055	0,5975	$2,26 \cdot 10^{-12}$
2	$2,9 \cdot 10^{10}$	$27,4 \cdot 10^{10}$	0,045	0,62	$2,35 \cdot 10^{-12}$
3	$2,6 \cdot 10^{10}$	$27,7 \cdot 10^{10}$	0,06	0,6	$2,15 \cdot 10^{-12}$

**Tabelle 5:** Abgelesene Werte aus Diagramm (Abb. 1)

Mit  $A_E = 4 \text{ mm}^2$  und  $A_S = \frac{\pi}{4} d_{SE}^2 = 314 \text{ mm}^2$  erhält man über Gl. (20):

$$b_i = (y_{i,2} - y_{i,1})(x_{i,2} - x_{i,1})^{-1}$$

$$\Delta b = \pm \max\{|b_2 - b_1|; |b_3 - b_1|\} = \pm 0,11 \cdot 10^{-12} \text{ mVK}^{-4}$$

$$\sigma = 6,42 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$$

Da bei der Empfindlichkeit des Thermoelements die Fehlerangabe nicht die Art des Fehlers spezifiziert (systematisch oder statistisch), wird hier von einem statistischen Fehler ausgegangen. Das hier statistische Fehler auftreten ist schon durch den Aufbau der Thermosäule aus Thermoelementen unter Ausnutzung des Seebeck-Effektes ersichtlich. Dieser statistische Fehler sollte jedoch durch die Streuung der Ausgleichsgeraden abgedeckt sein, so daß sich dieser in dem Fehler der Steigung der Ausgleichsgeraden widerspiegelt – daher braucht im Folgenden nur der Steigungsfehler der Ausgleichsgeraden berücksichtigt werden. Bildet man den Maximalfehler nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung und verwendet das oben bestimmte  $\Delta b$ , so erhält man mit Gl. (20):

$$\Delta \sigma = \pm \left| \frac{\partial \sigma}{\partial b} \Delta b \right| = \pm \left| \frac{\pi r^2}{\Phi_T A_S A_E} \Delta b \right| = \pm 3,1 \cdot 10^{-9} \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$$

Nach Gl. (10) beträgt die Wellenlänge für das Strahlungsmaximum bei  $T = 300 \text{ K}$ :

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = 9,65 \mu\text{m}$$

## 6. Ergebnis

Die Reproduzierbarkeit der Pyrometereinstellung ist relativ gut, die Einstellgenauigkeit beträgt 3 K bei tiefen und 2 K bei hohen Temperaturen. Somit ist für die Versuche 2-4 gesichert, daß die abgelesenen Temperaturen gut bestimmt werden können. Der geringere Fehler bei hohen Temperaturen ist durch die Ablesegenauigkeit hervorgerufen, da der relative Fehler hier geringer ist.

Der Schmelzpunkt von Palladium konnte mit  $(1810 \pm 10) \text{ K}$  bzw. mit einem relativen Fehler von 0,6 % bestimmt werden. Dieser liegt etwas niedriger als in der Literatur angegeben ([Kuc94]:  $T = 1828 \text{ K}$ ). Dies könnte u. a. an einer fehlerhaften Angabe von  $R$  liegen, wo auch kein Fehlerbereich angegeben war und somit nicht berücksichtigt werden konnte.

Für die Lampenwendel konnte eine Temperatur von  $(2656 \pm 11) \text{ K}$  (entspricht einem relativen Fehler von  $\pm 0,4 \%$ ) ermittelt werden. Der Fehler ist jedoch wahrscheinlich höher, da die Verluste beim Glasdurchgang nur eine grober Schätzwert sind.

Die Stefan-Boltzmann-Konstante konnte zu  $\sigma = (6,42 \pm 0,31) \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$  bzw.  $\sigma = 6,42(1 \pm 5\%) \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$  bestimmt werden. Der Literaturwert ( $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$ , [Kuc94]) liegt unterhalb des Fehlerintervalls. Da mehrere der in die Gleichung eingehende Werte ohne Fehlerangabe angegeben waren (aus der Angabe der signifikanten Stellen konnte ebenfalls

kein Fehlerintervall bestimmt werden, da diese dann unverhältnismäßig groß wären), konnten diese Fehler nicht mit berücksichtigt werden (betrifft  $r$ ,  $d_{SE}$ ,  $A_{EM}$ ).

Beim Strahlungsmaximum für  $T = 300\text{ K}$  liegt eine Wellenlänge von  $9,65\text{ }\mu\text{m}$  vor.

## 7. Verwendete Geräte

- Pyrometer (0 – 15) · 100 °C  
Skalenteilung von 7 – 15, Skalenteilung 0,1 mit ungl. Skalierung
- Linse, Inv. 68/524P
- Filter D11/2,  $D = 7,4 \cdot 10^{-4}$
- Palladiumstreifen
- Optische Bank, Streifenhalterung
- Niedervoltlampe
- Netzgeräte
- Drehtransformator
- Ofen mit Schwarzkörperzusatz
- Thermosäule
- Digitalthermometer GTH 1200A,  $-64 - 1150\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 1\text{ }^\circ\text{C}$
- Voltmeter Knick, 0 – 1,5 SKT,  $\Delta\text{SKT} = 0,01$ , Eingestellt auf Meßbereich 1,5 mV

## Literatur

- [Dem06] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik*. Bd. 1: *Mechanik und Wärme*. 4. Auflage. Berlin – Heidelberg – New York : Springer, 2006. – ISBN 3–540–26034–x
- [GKV86] GERTHSEN, Christian ; KNESER, H.O. ; VOGEL, Helmut ; VOGEL, Prof. Dr. H. (Hrsg.): *Physik*. 15. neubearbeitete und erweiterte Auflage. Heidelberg – New York – Tokyo : Springer-Verlag Berlin, 1986. – ISBN 3–540–16155–4
- [Kuc94] KUCHLING, Horst: *Taschenbuch der Physik*. 14. Auflage. Leipzig-Köln : Fachbuchverlag, 1994. – ISBN 3–343–00858–3
- [Lin93] LINDNER, Helmut: *Physik für Ingenieure*. 14. Auflage. Leipzig-Köln : Fachbuchverlag, 1993. – ISBN 3–343–00772–2
- [Mey06] MEYER, Dirk: *Physikalisches Praktikum für Studierende der Physik / Ruhr-Universität Bochum*. 4. Auflage. 2006. – Versuchsanleitungen
- [Tip98] TIPPLER, Paul A. ; GERLICH, Dieter (Hrsg.) ; JERKE, Götz (Hrsg.): *Physik*. 2. korrigierter Nachdruck der 1. deutschen Auflage von 1994. Heidelberg - Berlin : Spektrum Akademischer Verlag, 1998. – ISBN 3–86025–122–8
- [Wal94] WALCHER, Wilhelm: *Praktikum der Physik*. 7. Auflage. Stuttgart : B.G. Teubner, 1994

### Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9	18.03.2007	Krä	Versuchsvorbereitung
1.0	19.03.2007	Krä	Versuchsdurchführung
1.1	20.03.2007	Krä	Versuchsauswertung